COGNOME: Compito A NOME: MATRICOLA:

Indicare se si deve verbalizzare solo i 5 (o 6) crediti di AutMan o i 10 di Rob+Aut:

10/2/2011

☐ 5CR
☐ 6CR
☐ 10CR

N.B. Il presente foglio va consegnato unitamente al compito

1. Un sistema di produzione produce 3 tipi di parti (A,B,C) utilizzando 3 diverse stazioni di lavoro (1,2,3), secondo la tabella seguente. Ogni stazione è composta da una sola macchina. Il tempo medio di trasporto da una stazione all'altra è di 10 minuti e anche il sistema di trasporto è costituito da un singolo carrello.

Parte	Frazione p_j	Ciclo produttivo (tempi in minuti)
A	0.5	2(4) → 3(5)
B	0.3	1(5)→ 2(8)
C	0.2	1(10)→ 2(4) → 3(5)

a) Utilizzando il modello Bottleneck, mostrare che il collo di bottiglia è il sistema di trasporto e calcolare il tasso produttivo massimo del sistema. [8pt]

b) Con riferimento al punto (a), mostrare che il sistema di trasporto rimane il collo di bottiglia anche se si aggiunge un secondo carrello. Successivamente, indicare se l'effetto sul tasso produttivo massimo dell'aggiunta di questo secondo carrello differisce da quello che si ottiene lasciando un solo carrello nel sistema ma raddoppiandone la velocità (dimezzando cioè il tempo medio di trasporto tra una stazione e l'altra). [2+3]

2. Si consideri un sistema di produzione pull costituito da una singola macchina che produce $P = 2$ tipi di parti con tempi di setup trascurabili. Siano $d_1 = 1$ e $d_2 = 3$ il tasso di domanda per la parte di tipo 1 e per la parte di tipo 2 rispettivamente e $\mu_1 = 3$ e $\mu_2 = 5$ il tasso massimo di produzione di ciascun tipo di parte. Si vuole minimizzare l'indice $J \doteq \int_0^\infty g[x(t)]dt$ dove $g(x) = g_1(x_1) + g_2(x_2)$ e $g_1(x_1)$ e $g_2(x_2)$ sono date da:

$$g_1(x_1) := \begin{cases} -2x_1 & x_1 \le 0; \\ x_1^2 & x_1 > 0 \end{cases} \qquad g_2(x_2) := \begin{cases} -3x_2 - 6 & x_2 < -3; \\ -x_2 & -3 \le x_2 \le 0; \\ x_2 + x_2^3 & x_2 > 0 \end{cases}$$

- Rappresentare sul piano (x_1, x_2) la politica ottima di controllo evidenziando le linee di confine delle regioni [6pt]
- Sia $x_0 = (-7, 0)$. Indicare sul piano (x_1, x_2) il percorso di una traiettoria prodotta dalla politica ottima a partire da $x(0) = x_0$, determinandone il costo J e confrontandolo col costo J di una politica che porta i buffer a 0 lungo il percorso più breve (lungo il segmento cioè che collega il punto x_0 con l'origine). [2+3+2pt]

3. Con riferimento ai sistemi con setup non trascurabile, indicare la frequenza media a regime di setup di una politica stabile non idling riportando la procedura seguita per determinarla. [2+3pt] .

__Es. 1__ a) $WL_1 = 0.3 \cdot 5 + 0.2 \cdot 10 = 3.5$ min/pz

$WL_2 = 0.5 \cdot 4 + 0.3 \cdot 8 + 0.2 \cdot 4 = 5.2$ min/pz

$WL_3 = 0.5 \cdot 5 + 0.2 \cdot 5 = 3.5$ min/pz

$WL_4 = (0.5 + 0.3 + 0.2 \cdot 2) \cdot 10 = 12$ min/pz

Poiché $S_i = 1 \ \forall i$, $R_p^* = \min_{i \in \{1,2,3,4\}} \frac{S_i}{WL_i} = \min_i \frac{1}{WL_i} = \frac{1}{\max_i WL_i} = \frac{60}{12}$ pz/ora $= \underline{5 \text{ pz/ora}}$

$i^* = 4$ (il collo di bottiglia è il sistema di trasporto)

b) Se $S_4 = 2 \Rightarrow R_{p4} = \frac{S_4}{WL_4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ <u>resta sempre minore di</u> $\frac{S_i}{WL_i}$ $\forall i$

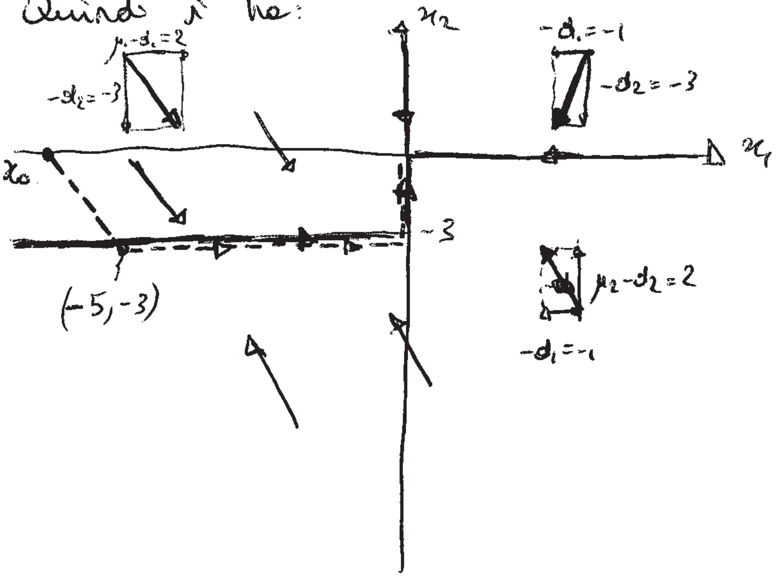
Gli effetti coincidono!!

Aggiungendo un carrello, $R_p' = R_{p4}' = \frac{2}{12} \cdot 60 = 10$ pz/ora

Raddoppiando la velocità, $R_p'' = R_{p4}'' = \frac{1}{6} \cdot 60 = 10$ pz/ora $\Rightarrow \underline{R_p' = R_p''}$

ES. 2 a) Nel terzo quadrante si ha: $\mu_1 \rho_1' = -6$, $\mu_2 \rho_2' = \begin{cases} -15 & x_2 < -3 \\ -5 & -3 < x_2 < 0 \end{cases}$

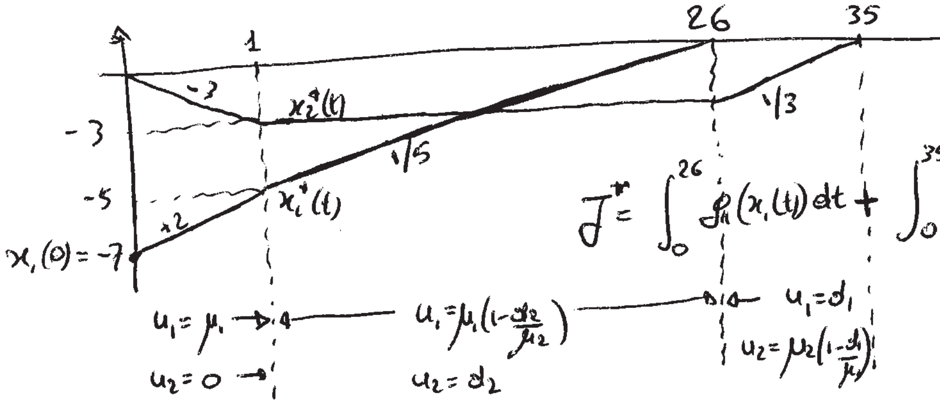
Quindi si ha:



b) $x_0 = (-7,0)$

traiettoria ottima: - -▷- -

Per calcolare il costo $J^* = \int_0^\infty \rho[x^*(t)]\,dt$ della traiettoria ottima $x^*(t)$ traccio il grafico di $x_1^*(t)$ e di $x_2^*(t)$ nel tempo:



$$J^* = \int_0^{26} \rho_1(x_1(t))\,dt + \int_0^{35} \rho_2(x_2(t))\,dt = +2 \cdot A_1^* + A_2^*$$

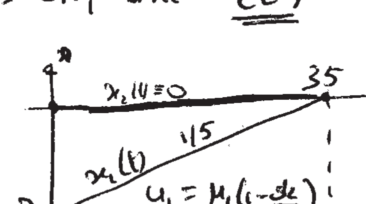
dove $A_1^* = -\int_0^{26} x_1^*(t)\,dt = 68.5$

e $A_2^* = -\int_0^{35} x_2^*(t)\,dt = 90$

sono le aree (cambiate di segno) formate dai grafici di x_1^* e x_2^* rispett.

Si ha $J^* = 2A_1^* + A_2^* = \underline{227}$

Analogamente:



$$J = \int_0^{35} \rho_1(x_1(t))\,dt = 2 \cdot A_1 = \underline{245}$$

Si nota che $J = 245 > 227 = J^*$ che è infatti ottimo.

ES. 3 $f = \frac{1-\rho}{\delta}$. Dimostrazione nel cap. 4.1 della dispensa, paragrafo 4.1.3 pag. 68 - 69.

dove $\rho = \sum_{i=1}^{P} d_i \tau_i$.

Notare anche che il tempo di svuotamento dei buffer ($T_{clear} = 35$) è lo stesso per le due politiche, essendo entrambe a massima capacità produttiva