COGNOME: NOME: MATRICOLA:

Il presente scritto è relativo a 5 cfu. Indicare se si dovranno verbalizzare:

- ☐ 5 cfu di Automazione Manifatturiera
- ☐ 6 cfu di Automazione Manifatturiera
- ☐ 10 cfu di Robotica e Automazione
- ☐ 12 cfu di Automazione e Robotica con Laboratorio

N.B. Il presente foglio va consegnato unitamente al compito

---

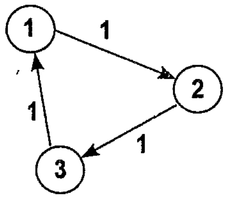
1. Un sistema di produzione produce diversi tipi di parti utilizzando 4 stazioni di lavoro più il sistema di trasporto. Il carico di lavoro di ciascuna stazione è dato da: $WL_1 = 12\ min/pz$, $WL_2 = 14\ min/pz$, $WL_3 = 7\ min/pz$, $WL_4 = 21\ min/pz$ e infine quello del sistema di trasporto è $WL_5 = 9\ min/pz$.

   (a) Utilizzando il modello Bottleneck, dimensionare il sistema di produzione calcolando il numero di macchine da assegnare ad ogni stazione di lavoro e il numero di veicoli di cui dotare il sistema di trasporto per soddisfare una domanda complessiva desiderata $\bar{R}_p = 207\ pz/ora$ [5pt]

   (b) Calcolare il throughput massimo del sistema dimensionato al punto precedente e l'utilizzazione delle macchine nelle varie stazioni (inclusa quella di trasporto), sia quando il sistema produce al tasso desiderato $\bar{R}_p$ sia quando produce al massimo [4pt]

   (c) Utilizzando il modello Bottleneck esteso, calcolare il numero minimo di pezzi necessari per assicurare la produzione massima [4pt]

2. Con riferimento alla catena di Markov a tempo discreto descritta dal grafo mostrato in figura, determinare la matrice di transizione delle probabilità, valutare l'ergodicità della catena e, supponendo che al tempo 0 la catena si trovi nello stato 1 con probabilità 1, calcolare la probabilità dei vari stati al tempo $k = 5$ [2+3+2pt]



3. Si consideri una macchina soggetta a guasti con tempi di funzionamento e di guasto a distribuzione esponenziale con media $\bar{t}_f = 1$ e $\bar{t}_g = 0.1$ ore rispettivamente. Siano $d = 4.5$ pz/ora il tasso della domanda e $\mu = 5$ pz/ora quello massimo di produzione. Il problema è quello di minimizzare un indice $J = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} E\left[\int_0^T g[x(t)]dt\right]$ dove $g(x) = 3x^+ + 10x^-$.

   (a) Mostrare che il sistema è stabilizzabile e calcolare la scorta ottima [2+4pt]

   (b) Calcolare il tempo che la politica ottima impiega a portare il livello del buffer da un valore pari a $\bar{x} = -5$ al livello di scorta ottima supponendo che nel frattempo si verifichino due guasti, di durata rispettivamente 10 e 15 minuti [3pt]

   (c) Disegnare qualitativamente il grafico del costo $J(z)$ in funzione della scorta z indicando il valore della derivata $J'(z)$ per $z \to -\infty$, per $z \to 0$ da sinistra, per $z \to 0$ da destra e, infine, per $z \to +\infty$ [2pt]

Es. n. 1.

a) $\frac{WL_i \cdot R_p}{S_i} \le 1 \Rightarrow S_i = \lceil R_p \cdot WL_i \rceil \quad \forall i = 1,2,3,4,5.$

$S_1 = \lceil \frac{12}{60} \cdot 207 \rceil = \lceil 41.4 \rceil = \underline{42}$ $\qquad S_2 = \lceil \frac{14}{60} \cdot 207 \rceil = \lceil 48.3 \rceil = \underline{49}$

$S_3 = \lceil \frac{7}{60} \cdot 207 \rceil = \lceil 24.15 \rceil = \underline{25}$ $\qquad S_4 = \lceil \frac{21}{60} \cdot 207 \rceil = \lceil 72.45 \rceil = \underline{73}$

$S_5 = \lceil \frac{9}{60} \cdot 207 \rceil = \lceil 31.05 \rceil = \underline{32}$

b) $R_p^* = \min_{i \in \{1,2,..5\}} \left\{ \frac{S_i}{WL_i} \right\} = \min\{210, 210, 214.3, 208.6, 213.3\} = \underline{208.6}$ pz/ora

$\bar{U}_i = WL_i \cdot \bar{R}_p / S_i \Rightarrow \bar{U}_1 = 98.6\%,\ \bar{U}_2 = 98.6\%,\ \bar{U}_3 = 96.6\%,\ \bar{U}_4 = 99.3\%,\ \bar{U}_5 = 97.03\%$

$U_i^* = WL_i \cdot R_p^* / S_i \Rightarrow U_1^* = 99.3\%,\ U_2^* = 99.3\%,\ U_3^* = 97.3\%,\ U_4^* = 100\%,\ U_5^* = 97.8\%$

Il collo di bottiglia lavora al max

c) In accordo col modello bottleneck esteso, il numero minimo di pezzi necessari per produrre al max è $N^* = R_p^* \cdot MLT_1 = R_p^* \cdot \sum_{i=1}^{5} WL_i = \underline{\underline{219}}$ pezzi

Es. n.2

a) La matrice di transizione delle probabilità è: $P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

b) Poiché gli autovalori di P sono $1, -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$ e hanno tutti modulo unitario, la catena non è ergodica.

c) Se $\pi(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\pi(5) = P^5 \pi(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ come è anche facile ricavare dall'osservazione del grafo.

Es. n.3

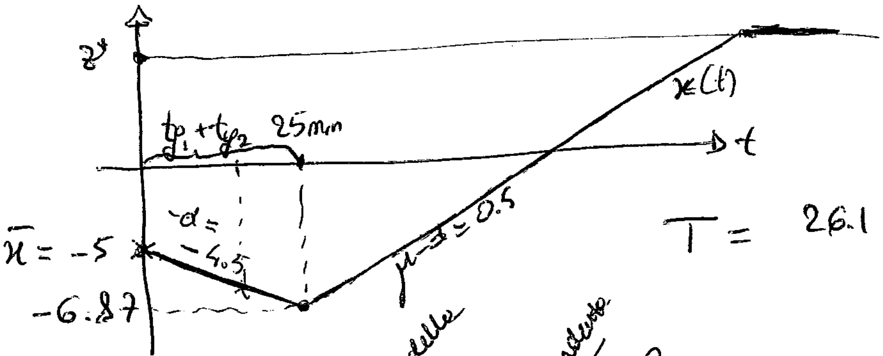
a) $\Delta = \mu q_u - d(q_d + q_u) = 0.5 > 0 \Rightarrow$ è stabilizzabile!

$\gamma = \frac{\mu q_u - d(q_d + q_u)}{(q_d + q_u)(\mu - d)} = 0.091 \qquad \frac{c_m}{c_p + c_m} = 0.77 > \gamma \Rightarrow z^* > 0$

$z^* = \frac{1}{\alpha} \ln\left[\frac{c_p + c_m}{c_p}(1-\gamma)\right] = \underline{6.17}$

b) La politica ottima è la politica hedging point: $u^*(x) = \begin{cases} \mu & x < z^* \\ d & x = z^* \\ 0 & x > z^* \end{cases}$

Supponendo, senza perdita di generalità, che i guasti si verifichino entrambi all'inizio, si ha:

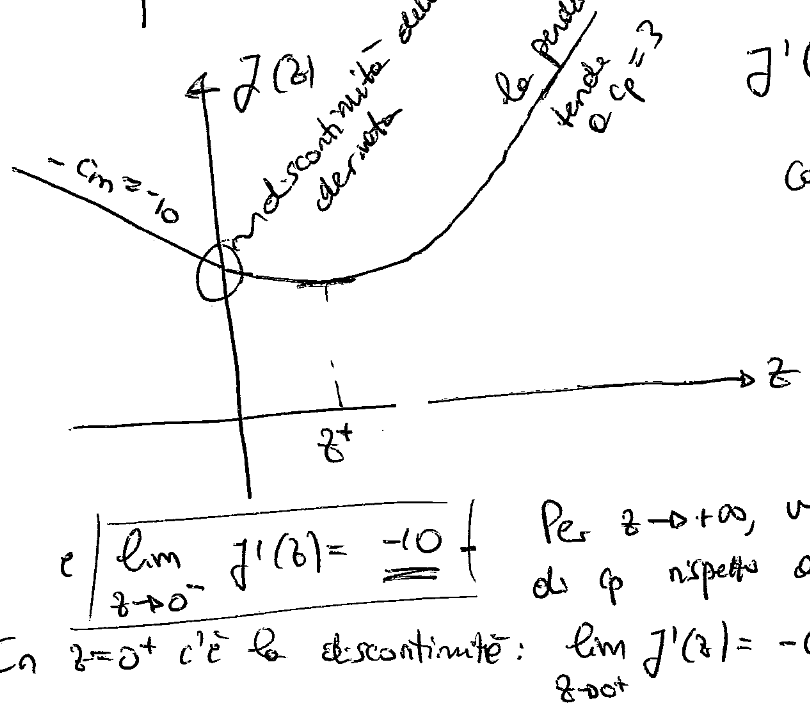


$T = t_{g_1} + t_{g_2} + \Delta T$

con $\Delta T = \frac{z^* - (-6.87)}{\mu - d} = \underline{\underline{26.1 \text{ ore}}}$

$T = 26.1 + 0.42 = \underline{\underline{26.51}}$ ore

c)



$J'(z) = E[g'(x)] = \int_{-\infty}^{z} g'(x) p(x,z)\, dx + \gamma g'(z)$

con $g'(x) = \begin{cases} -10 & x < 0 \\ 3 & x > 0 \end{cases}$

$\forall z < 0$, $J'(z) = -c_m = -10$

e quindi $\boxed{\lim_{z \to -\infty} J'(z) = \underline{\underline{-10}}}$

e $\boxed{\lim_{z \to 0^-} J'(z) = \underline{\underline{-10}}}$

Per $z \to +\infty$, vengono pesati sempre più valori di c_p rispetto a quelli di $-c_m \Rightarrow \boxed{\lim_{z \to \infty} J'(z) = c_p = \underline{\underline{3}}}$

In $z = 0^+$ c'è la discontinuità: $\lim_{z \to 0^+} J'(z) = -c_m \, \text{Prob}\{x < 0\} + c_p \gamma = -c_m(1-\gamma) + c_p \gamma$

$\boxed{= \underline{\underline{-8.82}}}$