COGNOME: NOME: CFU da verbalizzare:

N.B. Si consegna solo il presente foglio, il compito deve essere contenuto completamente in esso (fronte/retro).

DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA: ogni domanda contiene una sola risposta giusta e si può mettere una sola crocetta. Mettendola sulla risposta giusta si ottiene il punteggio massimo (5pt). Scegliendo una risposta errata, il punteggio sarà tanto più basso (ma comunque non negativo) quanto più è errata la risposta scelta.

D1. [5pt] Si consideri una variabile aleatoria esponenziale X, con parametro q, cioè $X \sim \mathcal{E}(q)$. Allora,
[A] il valor medio di X cresce all'aumentare di q (1pt) **[B]** il valor medio di X non dipende da q, in quanto X è senza memoria (0pt) **[C]** la probabilità che X appartenga all'intervallo $(T, T+\Delta)$, cioè $prob\{X \in (T, T+\Delta)\}$ con $\Delta > 0$, non dipende da Δ, in quanto X è senza memoria (1pt) **[D]** la probabilità che X appartenga all'intervallo $(T, T+\Delta)$, cioè $prob\{X \in (T, T+\Delta)\}$ con $\Delta > 0$, non dipende da T, in quanto X è senza memoria (4pt) **[E]** nessuna delle precedenti (5pt)

D2. [5pt] Si consideri un sistema PULL con tempi di setup trascurabili che lavora due tipi di parti. I tassi massimi di produzione sono $\mu_1 = 4$ e $\mu_2 = 3$. Le funzioni di costo sono $g_1(x_1) = 3|x_1|$ e $g_2(x_2) = 4|x_2|$. Allora, se al tempo t si ha $x_1(t) = A$ e $x_2(t) = B$, con A e B entrambi strettamente negativi, i tassi produttivi ottimi $(u_1^*(t), u_2^*(t))$:
[A] non sono univocamente determinati (5pt) **[B]** sono univocamente determinati e sono dati da $u_1^*(t) = 4$ e $u_2^*(t) = 0$ (1pt) **[C]** sono univocamente determinati e sono dati da $u_1^*(t) = 0$ e $u_2^*(t) = 3$ (1pt) **[D]** sono univocamente determinati e sono dati da $u_1^*(t) = 2$ e $u_2^*(t) = 1.5$ (1pt) **[E]** dipendono dal valore specifico (comunque negativo) di A e B (0pt)

D3. [5pt] Con riferimento ai sistemi di tipo PULL con tempi di setup trascurabili, una politica miope lavora al massimo il buffer, o i buffer, che presentano il valore minimo della quantità $Q_i = \mu_i dg_i/dx_i$.
[A] vero sempre (2pt) **[B]** vero se $Q_i < 0$ (5pt) **[C]** vero se $Q_i > 0$ (0pt) **[D]** falso sempre (0pt) **[E]** nessuna delle precedenti (0pt)

ESERCIZIO A RISPOSTA LIBERA

Si consideri un sistema con tempo di setup pari a 30 minuti, che lavora $P = 2$ tipi di parti con tempi di lavorazione $\tau_1 = 9$ minuti e $\tau_2 = 4$ minuti. Il tasso di domanda dei pezzi di tipo 1 è $d_1 = 2pz/ora$.

(a) Per quali valori del tasso di domanda dei pezzi di tipo 2 il sistema è stabilizzabile? [3pt]

(b) Si assuma ora $d_2 = 10pz/ora$ e si applichi una qualsiasi politica CMAA (che risulta in una RR essendo $P = 2$). Si calcoli: il valore del WIP medio a regime e il valore massimo del contenuto a regime di ciascuno dei due buffer. Si disegni quindi sul piano (x_1, x_2) il ciclo limite raggiunto a regime, indicandone il verso di percorrenza e riportando anche le coordinate esatte dei quattro punti che caratterizzano i cambi di direzione del ciclo limite stesso [3+2+3+1+4pt]

SOLUZIONI ALLE DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA:

Anche se non era richiesto, si riporta qui il motivo alla base della scelta della risposta corretta nelle domande a risposta multipla. Il punteggio delle varie risposte è riportato in rosso accanto alle risposte stesse.

D1. La risposta giusta è la E. Infatti, tutte le altre affermazioni sono errate. In particolare il valor medio di X è $1/q$ e diminuisce all'aumentare di q mentre la probabilità che X appartenga all'intervallo $(T, T+\Delta)$, cioè $prob\{X \in (T, T+\Delta)\}$, dipende da T (e anche da Δ), in quanto è l'integrale da T a $T+\Delta$ della densità $p(X) = q\,e^{-qX}$. Quella che non dipende da T è la probabilità condizionata $prob\{X \in (T, T+\Delta)|X > T\}$, cioè che X appartenga all'intervallo $(T, T+\Delta)$ sapendo però che è maggiore di T.

D2. La risposta giusta è la A. Infatti, in tutto il terzo quadrante (quindi per tutti i valori negativi di A e B), si ha che $\mu_1 dg_1/dx_1 = -12 = \mu_2 dg_2/dx_2$. Pertanto i due buffer presentano la stessa priorità e possono essere lavorati entrambi purché si lavori al massimo. Quindi i tassi produttivi ottimi $(u_1^*(t), u_2^*(t))$ non sono univocamente determinati.

D3. La risposta giusta è la B. Infatti l'affermazione proposta è corretta ma solo se $dg_i/dx_i < 0$ e quindi solo se il buffer (o i buffer) in questione hanno un contenuto negativo.

SOLUZIONE ALL'ESERCIZIO A RISPOSTA LIBERA

a) Deve essere

$$\rho = d_1\,\tau_1 + d_1\,\tau_2 < 1,$$

quindi:

$$d_2 < (1 - d_1\,\tau_1)/\tau_2 = 10.5 \text{ pz/ora}.$$

b) Con riferimento al cap. 1.1.11 del testo *Modello fluido e controllo di sistemi di produzione*, il WIP medio a regime è il costo J_{RR} con $c_j = 1$ per ogni j. Si ha pertanto:

$$\overline{WIP} = \frac{P\delta}{2(1-\rho)} \sum_{j=1}^{2} d_j(1 - d_j\,\tau_j) = 71.$$

Inoltre, nello stesso capitolo, si determina anche il valore del massimo p_j raggiunto a regime da ogni buffer j:

$$p_j = T d_j(1 - d_j\,\tau_j) = \frac{P\delta}{1-\rho} d_j(1 - d_j\,\tau_j),$$

che fornisce $p_1 = 42$ e $p_2 = 100$.

Il ciclo limite raggiunto a regime dalla RR, con il verso di percorrenza, è riportato in figura. Le coordinate sono date da:

$$\begin{aligned} A &= (1, 100), \\ B &= (41, 0), \\ C &= (42, 5), \\ D &= (0, 95). \end{aligned}$$

Questi valori sono stati ottenuti in base al seguente ragionamento. Per il buffer 1, come visto, il valore massimo è $p_1 = 42$, raggiunto nel punto C, alla fine del setup, cioè nell'istante in cui si comincia la lavorazione di questo buffer. All'inizio del setup, cioè nel punto B, quando il buffer 2 è appena arrivato a zero, x_1 valeva $p_1 - d_1\delta = 41$. Infatti durante il setup arrivano $d_1\delta = 1$ pezzi di tipo 1. Queste saranno quindi le coordinate del punto B, mentre in C, dove $x_1 = p_1 = 42$, il buffer 2 ha raggiunto il valore di $d_2\delta = 5$. Con un ragionamento analogo si ottengono le coordinate di A e D.