

Compito ①

Automazione Manifatturiera - Appello 20 gennaio 2026

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

N.B. Si consegna solo il presente foglio, il compito deve essere contenuto completamente in esso (fronte/retro).

1. Un sistema di produzione con tempi di setup non trascurabili produce $P=2$ tipi di parti (A e B) utilizzando $M=2$ diverse macchine (1 e 2), secondo la tabella seguente, in cui, per esempio, la prima riga indica che i pezzi di tipo A arrivano con tasso $d_A = 5 \text{ pz/ora}$ e richiedono una lavorazione di 6 minuti alla macchina 2 e una di 2 minuti alla macchina 1. Valutare la stabilizzabilità del sistema [6pt]

Parte	Domanda oraria d_j (pz/ora)	Ciclo produttivo (tempi in minuti)
A	5	2(6) → 1(2)
B	6	1(3) → 2(5) → 1(4)

2. Si consideri un sistema PULL che lavora due buffer con tempi di setup trascurabili. Sia $\mu_1 = 5$, $\mu_2 = 9$, $d_1 = 2$ e $d_2 = 5 \text{ pz/ora}$. Si vuole minimizzare l'indice $J = \int_0^\infty \sum_{i=1}^2 g_i[x_i(t)] dt$, con $g_1(x_1) = |x_1|$ e $g_2(x_2) = |x_2|$.
- a) Indicare sul piano (x_1, x_2) la politica ottima e la traiettoria ottima dal punto $x(0) = (2, -7)$ [7+3pt]
- b) Calcolare T_{clear} dal punto $x(0) = (-3, -1)$. Supponendo di poter aumentare del 10% uno tra μ_1 e μ_2 (portandoli cioè rispettivamente a 5.5 e a 9.9 pz/ora), dire quale dei due conviene aumentare per ridurre il più possibile il T_{clear} , discutendo se la scelta individuata vale per tutti i punti $x(0)$ del III quadrante (cioè con $x_1(0)$ e $x_2(0)$ entrambi negativi) [5+3+3pt]
3. Con riferimento ai sistemi soggetti a guasti, dire qual è la condizione necessaria sulla funzione di costo $g(x)$ perché possa risultare ottima una scorta nulla, discutendo quindi, nel caso di $g(x) = c_p(x^+)^3 + x^-$, se possono esistere dei valori di c_p per cui $z^* = 0$ [4pt]

Es. 1) Per la stabilizzabilità deve essere, per macchina m , $\rho^{(m)} < 1$,
con $\rho^{(m)} = \sum_{j=1}^P d_j \sum_k \tau_{jm}^{(k)}$. Si ha:

$$\rho^{(1)} = d_A \tau_{A1} + d_B (\tau_{B1}^{(1)} + \tau_{B1}^{(2)}) = 5 \cdot \frac{2}{60} + 6 \cdot \frac{3+4}{60} = \frac{52}{60} < 1 \quad \text{OK}$$

$$\rho^{(2)} = d_A \tau_{A2} + d_B \tau_{B2} = 5 \cdot \frac{6}{60} + 6 \cdot \frac{5}{60} = \frac{60}{60} = 1 \quad \text{X}$$

Essendo $\rho^{(2)} = 1$ e non < 1 , il sistema non può essere stabilizzato da nessuna politica, a prescindere dalle sue caratteristiche. $\square$

Es. 2a) $\mu_1 = 5$, $\mu_2 = 9$,
 $d_1 = 2$, $d_2 = 5$

$$\rho = \frac{2}{5} + \frac{5}{9} = \frac{43}{45} = 0.96 < 1$$

Nel III quadrante:

$$\mu_1 \frac{dx_1}{dt} = -5 \quad \mu_2 \frac{dx_2}{dt} = -9$$

$\Rightarrow$ vira sempre ②.

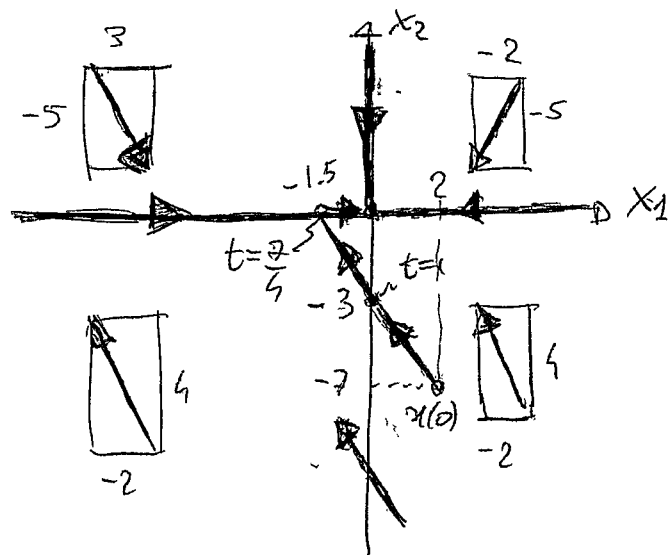
Da $x(0) = (2, -7)$, inizialmente:

$$x_1(t) = x_1(0) - d_1 t = 2 - 2t = 2(1-t) \quad \text{arriva a } \emptyset \text{ a } t = 1 \text{ h}$$

$$x_2(t) = x_2(0) + (\mu_2 - d_2) t = -7 + 4t \quad \text{arriva a } \emptyset \text{ a } t = \frac{7}{4} \text{ h} > 1 \text{ h}$$

$$\text{A } t = \frac{7}{4}, \quad x_1(t) = 2(1 - \frac{7}{4}) = -\frac{6}{4} = -1.5, \text{ mentre a } t = 1, \quad x_2(t) = -7 + 4 = -3.$$

La traiettoria è riportata in figura. $\square$



Es. 2b) Essendo $x_i(0) \leq 0 \forall i$, $T_{clear} = \frac{\frac{|x_1(0)|}{\mu_1} + \frac{|x_2(0)|}{\mu_2}}{1-\rho} = \frac{\frac{3}{5} + \frac{1}{9}}{1 - \frac{43}{45}} = \underline{\underline{16 \text{ ore}}}$

Se incremento μ_1 :

$$T_{clear1} = \frac{\frac{3}{5.5} + \frac{1}{9}}{1 - (\frac{2}{5.5} + \frac{5}{9})} = \underline{\underline{8.125 \text{ ore}}}$$

Se incremento μ_2 :

$$T_{clear2} = \frac{\frac{3}{5} + \frac{1}{9.9}}{1 - (\frac{2}{5} + \frac{5}{9.9})} = \underline{\underline{7.383 \text{ ore}}}$$

$\Rightarrow$ conviene incrementare μ_2 . In generale, indicando con $a = |x_1(0)|$ e $b = |x_2(0)|$, $\forall x_i(0)$ e $x_2(0)$ negativi, si ha:

$$T_{clear} = \frac{\frac{a}{5} + \frac{b}{9}}{1 - (\frac{2}{5} + \frac{5}{9})} = 4.5a + 2.5b$$

$$T_{clear1} = \frac{\frac{a}{5.5} + \frac{b}{9}}{1 - (\frac{2}{5.5} + \frac{5}{9})} = 2.25a + 1.1375b \quad (\text{incrementando } \mu_1)$$

$$T_{clear2} = \frac{\frac{a}{5} + \frac{b}{9.9}}{1 - (\frac{2}{5} + \frac{5}{9.9})} = 2.1a + 1.064b \quad (\text{incrementando } \mu_2)$$

da cui si vede che, $\forall a, b \geq 0$, la riduzione maggiore si ha sempre aumentando μ_2 . In effetti:

$$T_{clear1} - T_{clear2} = 0.15a + 0.31b \geq 0 \quad \forall a, b \geq 0. \quad \square$$

ES.3) La condizione necessaria per avere $z^* = 0$ è $\frac{dp}{dx} \Big|_{0^+} > 0$.

Ora, con $p(x) = c_p(x^+)^3 + x^-$, $\forall x \geq 0$, $f(x) = c_p x^3$ e la derivata in $x=0^+$ vale $\lim_{x \rightarrow 0} 3c_p x^2 = 0$. Pertanto, la condizione necessaria non è soddisfatta e quindi NON esistono valori di c_p tali da avere una SGT ottima nulla. \(\square\)