

Compito ②

Automazione Manifatturiera - Appello 20 gennaio 2026

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

N.B. Si consegna solo il presente foglio, il compito deve essere contenuto completamente in esso (fronte/retro).

1. Un sistema di produzione con tempi di setup non trascurabili produce $P=2$ tipi di parti (A e B) utilizzando $M=2$ diverse macchine (1 e 2), secondo la tabella seguente, in cui, per esempio, la prima riga indica che i pezzi di tipo A arrivano con tasso $d_A = 4 \text{ pz/ora}$ e richiedono una lavorazione di 6 minuti alla macchina 2 e una di 3 minuti alla macchina 1. Valutare la stabilizzabilità del sistema [6pt]

Parte	Domanda oraria d_j (pz/ora)	Ciclo produttivo (tempi in minuti)
A	4	$2(6) \rightarrow 1(3)$
B	6	$1(5) \rightarrow 2(6) \rightarrow 1(2)$

2. Si consideri un sistema PULL che lavora due buffer con tempi di setup trascurabili. Sia $\mu_1 = 9$, $\mu_2 = 5$, $d_1 = 5$ e $d_2 = 2$ pz/ora. Si vuole minimizzare l'indice $J = \int_0^\infty \sum_{i=1}^2 g_i[x_i(t)] dt$, con $g_1(x_1) = |x_1|$ e $g_2(x_2) = |x_2|$.

- a) Indicare sul piano (x_1, x_2) la politica ottima e la traiettoria ottima dal punto $x(0) = (-6, 2)$ [7+3pt]
 b) Calcolare T_{clear} dal punto $x(0) = (-5, -3)$. Supponendo di poter aumentare del 10% uno tra μ_1 e μ_2 (portandoli cioè rispettivamente a 9.9 e a 5.5 pz/ora), dire quale dei due conviene aumentare per ridurre il più possibile il T_{clear} , discutendo se la scelta individuata vale per tutti i punti $x(0)$ del III quadrante (cioè con $x_1(0)$ e $x_2(0)$ entrambi negativi) [5+3+3pt]

3. Con riferimento ai sistemi soggetti a guasti, dire qual è la condizione necessaria sulla funzione di costo $g(x)$ perché possa risultare ottima una scorta nulla, discutendo quindi, nel caso di $g(x) = c_p(x^+)^3 + x^-$, se possono esistere dei valori di c_p per cui $z^* = 0$ [4pt]

Es. 1) Per la stabilizzabilità deve essere, $\forall$ macchina m , $\rho^{(m)} < 1$,

con $\rho^{(m)} = \sum_{j=1}^P d_j \sum_{k=1}^M \tau_{jm}^{(k)}$. Si ha:

$$\rho^{(1)} = d_A \tau_{A1} + d_B (\tau_{B1}^{(1)} + \tau_{B1}^{(2)}) = 4 \cdot \frac{3}{60} + 6 \cdot \frac{5+2}{60} = \frac{56}{60} < 1 \quad \text{OK}$$

$$\rho^{(2)} = d_A \tau_{A2} + d_B \tau_{B2} = 4 \cdot \frac{6}{60} + 6 \cdot \frac{6}{60} = \frac{60}{60} = 1 \quad \text{X}$$

Essendo $\rho^{(2)} = 1$ e non < 1 , il sistema non può essere stabilizzato da nessuna politica, e prescindere dalla sua non eccitabilità. ■

Es. 2a) $\mu_1 = 9$, $\mu_2 = 5$,
 $d_1 = 5$, $d_2 = 2$,

$$\rho = \frac{5}{9} + \frac{2}{5} = \frac{43}{45} = 0.96 < 1$$

Nel III quadrante:

$$\mu_1 \frac{dp_1}{dx_1} = -9 \quad \mu_2 \frac{dp_2}{dx_2} = -5$$

$\Rightarrow$ vince sempre ①.

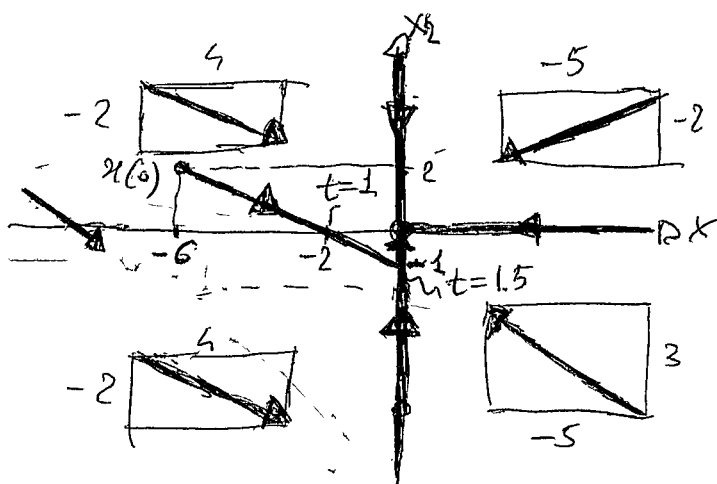
Da $x(0) = (-6, 2)$, inizialmente:

$$x_1(t) = x_1(0) + (\mu_1 - d_1)t = -6 + 4t \quad \text{arriva a } 0 \quad \text{a } t = \frac{6}{4} = 1.5h$$

$$x_2(t) = x_2(0) - d_2 t = 2 - 2t = 2(1-t) \quad \text{arriva a } 0 \quad \text{a } t = 1h$$

$$\text{A } t = 1h, x_1(t) = -6 + 4 = -2. \quad \text{A } t = 1.5h, x_2(t) = 2(1-1.5) = -1$$

La traiettoria ottima da $(-6, 2)$ è riportata in figura. ■



Es. 2b) Essendo $x_i(0) \leq 0 \forall i$; $T_{clear} = \frac{\frac{|x_1(0)|}{\mu_1} + \frac{|x_2(0)|}{\mu_2}}{1-\rho} = \frac{\frac{5}{\rho} + \frac{3}{5}}{1 - \frac{4}{5}} = \underline{\underline{26}}$

Se incremento μ_1 , $T_{clear1} = \frac{\frac{5}{\rho \cdot \rho} + \frac{3}{5}}{1 - (\frac{5}{\rho \cdot \rho} + \frac{2}{5})} = \underline{\underline{11.64}}$ or

Se incremento μ_2 , $T_{clear2} = \frac{\frac{5}{\rho} + \frac{3}{5.5}}{1 - (\frac{5}{\rho} + \frac{2}{5.5})} = \underline{\underline{13.63}}$ or

$\Rightarrow$ conviene incrementare μ_1 . In generale, ponendo $a = |x_1(0)|$ e $b = |x_2(0)|$,
 $\forall x_i(0)$ e $x_2(0)$ negativi, si ha:

$$T_{clear} = \frac{\frac{a}{\rho} + \frac{b}{5}}{1 - (\frac{5}{\rho} + \frac{2}{5})} = 2.5a + 4.5b$$

$$T_{clear1} = \frac{\frac{a}{\rho \cdot \rho} + \frac{b}{5}}{1 - (\frac{5}{\rho \cdot \rho} + \frac{2}{5})} = 1.064a + 2.1b \quad (\text{incrementando } \mu_1)$$

$$T_{clear2} = \frac{\frac{a}{\rho} + \frac{b}{5.5}}{1 - (\frac{5}{\rho} + \frac{2}{5.5})} = 1.375a + 2.25b \quad (\text{incrementando } \mu_2)$$

da cui si vede che $\forall a, b \geq 0$, la riduzione maggiore si ha
sempre aumentando μ_1 . In effetti:

$$T_{clear2} - T_{clear1} = 0.31a + 0.15b \geq 0 \quad \forall a, b \geq 0. \quad \blacksquare$$

Es. 3) La condizione necessaria per avere $z^* = 0$ è $\frac{dp}{dx}|_{0^+} > 0$.

Ora, con $f(x) = c_p(x^+)^3 + x^-$, $\forall x \geq 0$, $f(x) = c_p x^3$ e la derivata
 in $x = 0^+$ vale $\lim_{x \rightarrow 0} 3c_p x^2 = 0$. Pertanto, la condizione
 necessaria non è soddisfatta e quindi NON esistono valori
 di c_p tali da avere una sorta ottima nulla. $\blacksquare$