COGNOME: NOME: MATRICOLA:

Il presente scritto è relativo a 5 cfu. Indicare se si dovranno verbalizzare:

- ☐ 5 cfu di Automazione Manifatturiera
- ☐ 6 cfu di Automazione Manifatturiera
- ☐ 10 cfu di Robotica e Automazione
- ☐ 12 cfu di Automazione e Robotica con Laboratorio

**N.B. Il presente foglio va consegnato unitamente al compito**

---

1. Si consideri una macchina soggetta a guasti con tempi di funzionamento e di guasto a distribuzione esponenziale con parametri $q_d = 1$ e $q_u = 50$ rispettivamente. Siano $d = 47$ il tasso della domanda e $\mu = 48$ quello massimo di produzione. Sia $g(x) = c_p x^+ + 85x^-$ la funzione di costo da minimizzare.

   (a) Mostrare che il sistema è stabilizzabile. [2pt]

   (b) Calcolare il valore della scorta ottima se $c_p = 1$. [7pt]

   (c) Calcolare per quali valori di $c_p$ la scorta ottima risulta maggiore di 5. [3pt]

   (d) Sempre con $c_p = 1$, e supponendo di controllare il sistema mediante la politica ottima, determinare il valore medio a regime $\bar{x}$ del buffer. Dire, motivando la risposta e possibilmente senza calcolare esplicitamente il costo ottimo $J^*$, quale risulta minore tra $g(\bar{x})$ e $J^*$. [2+2pt]

2. Un sistema di produzione produce 4 tipi di parti (A,B,C,D) utilizzando 5 diverse stazioni di lavoro (1,2,3,4,5), secondo la tabella seguente. Il tempo medio di trasporto da una stazione all'altra è di 0.5 minuti mentre tutte le lavorazioni richiedono lo stesso tempo pari a 10 minuti.

| **Parte** | **Frazione $p_j$** | **Ciclo produttivo** |
|---|---|---|
| A | 0.3 | $2 \to 1$ |
| B | 0.4 | $3 \to 5$ |
| C | 0.2 | $4 \to 2 \to 1$ |
| D | 0.1 | $3 \to 5 \to 3$ |

   a) Utilizzando l'algoritmo di Rank Order Clustering, individuare le due famiglie (e le macchine contenute nelle rispettive celle) in cui possono essere raggruppate le parti. [8pt]

   b) Calcolare mediante il modello Bottleneck il numero minimo di server da utilizzare nelle diverse stazioni (inclusa quella di trasporto) se si vuole che il sistema produca a un tasso di 73 pezzi/ora. [5pt]

3. Dire cosa si intende per tempo di scansione di un PLC indicando anche approssimativamente il valore di tale tempo. [1+1pt]

Es. 1 a) Per la stabilizzabilità occorre mostrare $\frac{\mu q_u}{q_d+q_u} > d$ o, equivalentemente, che $\Delta = \mu q_u - d(q_d+q_u) > 0$.

Si ha: $\Delta = 3$ quindi ok.

b) Poiché $\gamma = \frac{\Delta}{(\mu-d)(q_d+q_u)} = 0.06$ è minore di $\frac{c_m}{c_p+c_m} = 0.99$, $z^+ = \frac{1}{\alpha}\log\left[\frac{c_p+c_m}{c_p}(1-\gamma)\right] = \underline{68.84}$

(con $\alpha = \frac{\Delta}{d(\mu-d)} = 0.064$)

c) Occorre imporre $z^+ > 5$, cioè $\frac{1}{\alpha}\log\left[\frac{c_p+c_m}{c_p}(1-\gamma)\right] > 5$.

Di qui: $\log\left[\frac{c_p+c_m}{c_p}(1-\gamma)\right] > 5\alpha$, cioè $\frac{c_p+c_m}{c_p}(1-\gamma) > e^{5\alpha}$ (N.B. $e^{5\alpha} = 1.38$)

Quindi $(c_p+c_m)(1-\gamma) > c_p e^{5\alpha}$, ossia $c_p(e^{5\alpha}+\gamma-1) < c_m(1-\gamma)$

Poiché $e^{5\alpha}+\gamma-1 > 0$, la precedente implica $c_p < \frac{c_m(1-\gamma)}{e^{5\alpha}+\gamma-1} = \underline{184}$

d) Si ha: $\bar{x} = E[x] = \int_{-\infty}^{z^*} x\, p(x,z)\, dx + z^* \cdot \gamma$ con $p(x,z) = \frac{q_d \mu}{d(\mu-d)} \gamma e^{\alpha(x-z^*)}$

con $z^* = 68.84$ (calcolato al punto (b)).

Facendo i conti: $\bar{x} = \frac{q_d \mu}{d(\mu-d)} \gamma \frac{\alpha z^* - 1}{\alpha^2} + \gamma z^* = \underline{54.1}$

Il costo ottimo $J^* = \int_{-\infty}^{z^*} f(x)\, p(x,z)\, dx + \gamma f(z^*)$.

Si può calcolare trovando $J^* = 69.76$ (basta scriverlo come $\int_{-\infty}^{0} (-c_m x) p(x,z)\, dx + \int_0^{z^*} c_p x\, p(x,z)\, dx + c_p \gamma z^*$)

Si nota come $J^* > f(\bar{x}) = c_p \bar{x} = 51.1$

Questo si poteva prevedere dalla convessità della $f(x)$ per cui $f$(combinazione convessa) $\leq$ comb. convessa di $f(\cdot)$. In effetti

$\bar{x} = \int_{-\infty}^{z^*} x\, p(x,z)\, dx + \gamma z^*$ è una combinazione convessa di valori di $x$ e $J^* = \int_{-\infty}^{z^*} f(x)\, p(x,z)\, dx + \gamma f(z^*)$ è la stessa combinazione convessa di $f(x)$. ▨

**Es. 2** a)

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | | 1 | |
| 2 | 1 | | 1 | |
| 3 | | 1 | | 1 |
| 4 | | | 1 | |
| 5 | | 1 | | 1 |

$\Rightarrow$

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | | 1 | |
| 2 | 1 | | 1 | |
| 3 | | 1 | | 1 |
| 5 | | 1 | | 1 |
| 4 | | | 1 | |

$\Rightarrow$

| | C | A | B | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | | |
| 2 | 1 | 1 | | |
| 3 | | | 1 | 1 |
| 5 | | | 1 | 1 |
| 4 | 1 | | | |

$\Rightarrow$

| | C | A | B | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | | |
| 2 | 1 | 1 | | |
| 4 | 1 | | | |
| 3 | | | 1 | 1 |
| 5 | | | 1 | 1 |

Cella 1: $\{A, C\}$ con $\{1, 2, 4\}$

Cella 2: $\{B, D\}$ con $\{3, 5\}$ ▨

b) $WL_1 = (0.3 + 0.2)\cdot 10 = 5$ min/pz

$WL_2 = (0.3 + 0.2)\cdot 10 = 5$ "

$WL_3 = (0.4 + 0.1\cdot 2)\cdot 10 = 6$ "

$WL_4 = (0.2)\cdot 10 = 2$ "

$WL_5 = (0.4 + 0.1)\cdot 10 = 5$ "

$WL_6 = (0.3 + 0.4 + 0.2\cdot 2 + 0.1\cdot 2)^{.05} = 0.65$ "

$S_i = \lceil WL_i \cdot \bar{R}_p \rceil$ con $\bar{R}_p = 73$ pz/ora

$\Rightarrow S_1 = \lceil 5\cdot 73/60 \rceil = \lceil 6.1 \rceil = \underline{7}$

$S_2 = \lceil 5\cdot 73/60 \rceil = \lceil 6.1 \rceil = \underline{7}$

$S_3 = \lceil 6\cdot 73/60 \rceil = \lceil 7.3 \rceil = \underline{8}$

$S_4 = \lceil 2\cdot 73/60 \rceil = \lceil 2.43 \rceil = \underline{3}$ $\quad S_5 = \lceil 5\cdot 73/60 \rceil = \lceil 6.1 \rceil = \underline{7}$

$S_6 = \lceil 0.65\cdot 73/60 \rceil = \lceil 0.79 \rceil = \underline{1}$ ▨

**Es. 3** Nella modalità di funzionamento, il PLC ripete periodicamente un ciclo composto da 3 fasi: lettura ingressi, esecuzione programma, scrittura uscite. La durata di questo ciclo è detta <u>tempo di scansione</u> e dipende dalla lunghezza del programma. Il suo ordine di grandezza è <u>1-10 ms</u>.
[Vedere parte 1 appunti pag. 27-28]. ▨