COGNOME: Compito 1 NOME: MATRICOLA:

N.B. Si consegna solo il presente foglio, il compito deve essere contenuto completamente in esso (fronte/retro).

1. Si consideri una linea di produzione con N macchine uguali aventi tutte la stessa probabilità di guasto p e di riparazione r, e si assuma che l'efficienza della linea senza buffer sia 0.6 mentre quella con buffer infiniti sia 0.9. Il tempo medio di guasto di ciascuna macchina vale 10 unità di tempo.
   a) Calcolare p, r e N e dire se aggiungendo dei buffer si può ottenere un'efficienza pari a 0.95. [6+2pt]
   b) Con i valori di p ed r calcolati al punto precedente, determinare per quali N si ha $eff_0 \leq 0.5 eff_\infty$. [3pt]
2. Si consideri un sistema pull costituito da una singola macchina che produce $P = 2$ tipi di parti con tempi di setup trascurabili. Siano $d_i = 2$ pezzi/ora i tassi di domanda e $\mu_i = 5$ pezzi/ora i tassi massimi di produzione per le 2 parti. Si vuole minimizzare l'indice $J = \lim_{T\to\infty} \int_0^T \sum_{i=1}^P g_i[x_i(t)]dt$ dove $g_1(x_1) = x_1^2/5$, $g_2(x_2) = |x_2|^3/15$.
   (a) Rappresentare sul piano (x_1, x_2) la politica ottima e disegnare la traiettoria ottima da $x(0) = [-2, -1]$, calcolandone il tempo di percorrenza fino all'origine e indicando il valore dei tassi produttivi ottimi al tempo $t = 4$ ore. [5+3+3+2pt]
   (b) Supponendo di poter cambiare i tassi produttivi massimi μ_i di un fattore α (cioè $\mu_i' = \alpha\mu_i$), determinare il valore di α per cui il tempo minimo di svuotamento dei buffer a partire da punti del terzo quadrante risulti 1/3 di quello che si aveva con i precedenti μ_i. Dire, giustificando rigorosamente la risposta, se il costo ottimo associato ai punti del terzo quadrante aumenta o diminuisce a fronte della variazione dei μ_i appena calcolata. [2+2pt]
3. Descrivere sinteticamente cos'è l'*ottimizzazione ordinale* e indicare almeno uno tra i problemi di ottimizzazione considerati nel corso che può essere affrontato con questa tecnica. [2+1pt]

Es. 1a) Sia $x = p/r$. Si ha: $\begin{cases} eff_0 = \frac{1}{1+Nx} = 0.6 \\ eff_\infty = \frac{1}{1+x} = 0.9 \end{cases}$

Cioè: $\begin{cases} 1+Nx = 1/0.6 \\ 1+x = 1/0.9 \end{cases} \Rightarrow x = 1/9 \quad \boxed{N=6}$

Poiché $\bar{t}_g = \frac{1}{r} = 10 \Rightarrow \boxed{r = 0.1} \quad p = r \cdot x \Rightarrow \boxed{p = 1/90}$

Non si può ottenere eff = 0.95 perché $eff \leq eff_\infty = 0.9$ $\forall$ scelta di B_i.

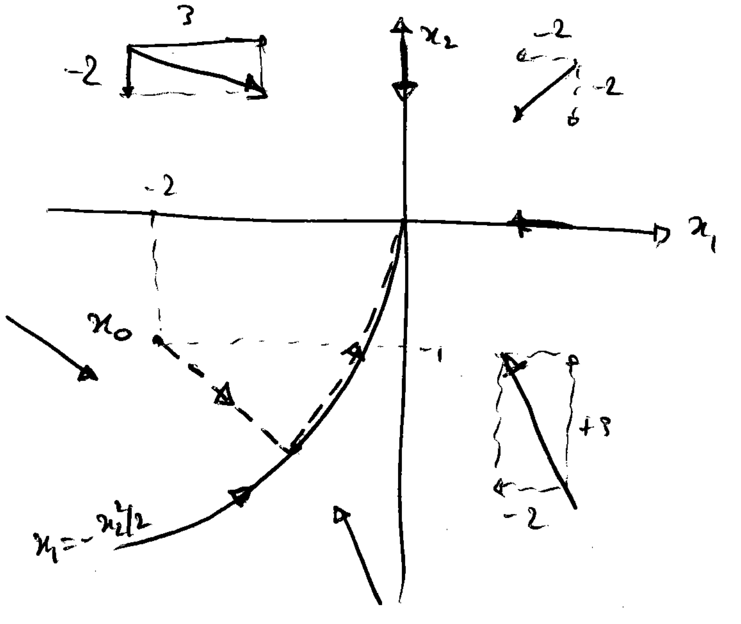
1b) $eff_0 \leq \frac{1}{2} eff_\infty \Leftrightarrow (1+\bar{N}x) \geq 2(1+x) \Leftrightarrow \bar{N} \geq \frac{2x+1}{x} = \underline{\underline{11}}$

Es. 2a) $\mu_1 \frac{dg_1}{dx_1} = 5 \cdot 2\frac{x_1}{5} = 2x_1$

$\mu_2 \frac{dg_2}{dx_2} = 5 \cdot \left(-\frac{3x_2^2}{15}\right) = -x_2^2$

Sono uguali su $x_1 = -\frac{1}{2}x_2^2$

$T_{clear} = \frac{w(0)}{1-\rho} = \frac{\frac{2}{5}+\frac{1}{5}}{1-\frac{4}{5}} = \underline{3}$ ore



Poichè $4>3$, a $t=4$ si è nell'origine $\Rightarrow u_1(t)=d_1=2$, $u_2(t)=d_2=1$.

2b) $$T_{clear}' = \frac{\frac{w(0)}{\alpha}}{1-\rho/\alpha} = \frac{w(0)}{\alpha-\rho} = \frac{1}{3}\overbrace{\frac{w(0)}{1-\rho}}^{T_{clear}} \Longleftrightarrow$$

$$\alpha-\rho = 3(1-\rho) \Longleftrightarrow \boxed{\alpha = 3-2\rho = 1.4}$$

Il costo diminuisce perchè $\mu_i' = 1.4\,\mu_i$ (cioè i tassi produttivi massimi aumentano). Sappiamo anche che una politica ottima lavora a max capacità. Se per assurdo il costo aumentasse (con i μ_i maggiori) significa che converrebbe lavorare a capacità non massima. ■

Es. 3) L'ottimizzazione ordinale è una classe di metodi che permette di risolvere problemi di ottimizzazione ~~con~~ in cui l'indice da ottimizzare va determinato simulativamente e l'insieme Θ delle possibili scelte θ effettuabili è molto grande.
Si basa su due principi:
i) è molto più facile stimare simulativamente l'ordine tra due scelte θ_i e θ_j (cioè se $J(\theta_i) \geq J(\theta_j)$) ~~con~~ che determinare il valore numerico $J(\theta_i)$;
ii) ~~I~~ mentre la probabilità di scegliere θ^* (ottima) è praticamente nulla, la probabilità di scegliere $\theta \in \Theta_b$ (Θ_b = il primo 10% per esempio delle scelte possibili) è relativamente grande.

Esempi di problemi di ottimizzazione in cui si può applicare l'ottimizzazione ordinale sono: 1) allocazione ottima dei buffer nelle linee di produzione per massimizzare l'efficienza; 2) group technology; 3) scelta dell'ordine ottimale delle macchine per minimizzare i flussi all'indietro.