COMPITO 1

COGNOME: NOME: MATRICOLA:

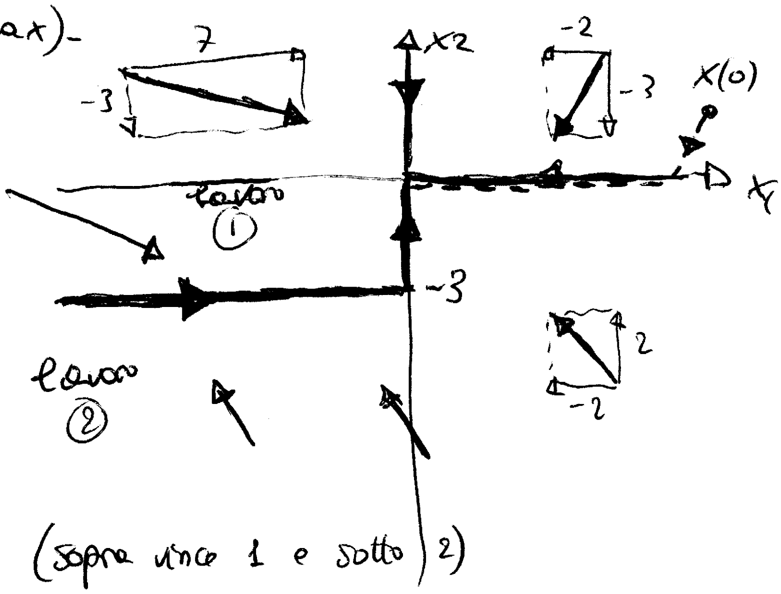
N.B. Si consegna solo il presente foglio, il compito deve essere contenuto completamente in esso (fronte/retro).

1. Si consideri un sistema che lavora dieci tipi di parti con tempi di setup pari a 2 minuti, tassi di domanda $d_i = 1$ pz/ora e tempi di lavorazione $\tau_i = 5$ minuti per ogni $i = 1, 2, \ldots, 10$. Si assuma di applicare una politica Round Robin (RR) che lavora i buffer secondo l'ordine naturale $\mathcal{S} = \{1, 2, \ldots, 10\}$.
   (a) Calcolare il WIP medio a regime e la durata T del periodo che la RR impiega a regime per processare tutti i buffer [4+2pt]
   (b) Si assuma che al tempo $\bar{t}$ la RR sia a regime e che stia cominciando il setup per lavorare il buffer 1. Determinare i tassi produttivi della RR al tempo $\bar{t} + T/4$, essendo T il periodo della RR calcolato al quesito precedente [4pt]
2. Si consideri un sistema PULL che produce due tipi di parti con tempi di setup trascurabili. I tassi massimi di produzione sono $\mu_1 = 9$ e $\mu_2 = 5$ pz/ora, quelli di domanda $d_1 = 2$ e $d_2 = 3$ pz/ora. Si vuole minimizzare l'indice $J = \int_0^\infty \sum_i g_i[x_i(t)]dt$, con $g_1(x_1) = 60|x_1|$ e $g_2(x_2) = x_2^4$.
   (a) Rappresentare sul piano (x_1, x_2) la politica ottima [7pt]
   (b) Si consideri la traiettoria ottima da $x(0) = [12, 3]$. Calcolare T_{clear} e i tassi produttivi ottimi al tempo $T_{clear}/4$ [4+3pt]
3. Si consideri un sistema soggetto a guasti, con parametri $\mu = 100$, $d = 70$, $q_u = 30$, $q_d = 7$ e funzione di costo $g(x) = c_p x^+ + 10x^-$. Valutarne la stabilizzabilità e calcolare per quali valori di c_p la scorta ottima è nulla [3+4pt]

ES. 1a) $WIP = \frac{P \cdot \delta}{2(1-\rho)} \sum_{i=1}^{P} d_i(1-\rho_i) = \boxed{9.17 \text{ pz}}$ (essendo $P=10$, $\rho = \sum_{i=1}^{P} d_i\tau_i = \frac{5}{6} < 1$, $\delta = \frac{2}{60}$ ore e $\rho_i = d_i\tau_i = \frac{5}{60}$ $\forall i$).

Il periodo a regime T della RR è $T = \frac{P \cdot \delta}{1-\rho} = \boxed{2 \text{ ore}}$

1b) A regime, il tempo che la RR dedica ad ogni lavorazione è $\Delta_L = \rho_J T = 0.17$ ore $\forall J = 1, 2, \ldots P$.
Si nota che $\Delta_L + \delta = 0.2$ ore, per cui ogni 0.2 ore la RR cambia buffer. Ora, $\frac{T}{4} = 0.5$ ore, per cui siamo nell'intervallo del buffer 3, e poiché il setup dura 0.03 ore, la lavorazione del buffer 3 comincia a $\bar{t} + 0.43$, quindi a $\bar{t} + 0.5$ stiamo ancora lavorando il buffer 3 (la lavorazione terminerà a $\bar{t} + 0.6$ ore). Pertanto $\boxed{u_i(\bar{t} + \frac{T}{4}) = 0 \ \forall i \neq 3 \text{ e } u_3(\bar{t} + \frac{T}{4}) = \frac{1}{\tau_3}}$
con $\frac{1}{\tau_3} = 12$ pz/ore (lavorazione al max).



ES. 2a) $\mu_1 = 9$ $\mu_2 = 5$
$d_1 = 2$ $d_2 = 3$

Nel III quadrante:

$\mu_1 \frac{dg_1}{dx_1} = -9 \cdot 60$

$\mu_2 \frac{dg_2}{dx_2} = 5 \cdot 4 x_2^3 = 20 x_2^3$

Sono uguali sulla retta
$x_2^3 = -27 \rightarrow x_2 = \sqrt[3]{-27} = -3$ (sopra vince 1 e sotto 2)

Nel grafico è riportata anche tratteggiata la traiettoria ottima da $x(0) = \begin{bmatrix} 12 \\ 3 \end{bmatrix}$ del quesito (b).

2b) $x(0)=\begin{bmatrix}12\\3\end{bmatrix}$. Poichè $x_i(0)\geq 0\ \forall i$, $T_{clear} = \max_i \left\{\frac{x_i(0)}{d_i}\right\} = \max\left\{\frac{12}{2}, \frac{3}{3}\right\}$

$= \max\{6, 1\} = \boxed{6 \text{ ore}}$

Quindi, $\frac{T_{clear}}{4} = 1.5$ ore.

Siccome il buffer 2 arriva a $\emptyset$ dopo 1 ora, a $t = 1.5$ ore ci stiamo muovendo sull'asse x_1 (cfr. grafico alla pagina precedente), dove

$\boxed{\begin{array}{l} u_1^* = 0 \\ u_2^* = d_2 \end{array}}$ ← non lavoro $x_1 > 0$
← per mantenere x_2 a $\emptyset$

3 pz/ora

(Si osservi che $\frac{T_{clear}}{4} < T_{clear}$ e quindi non si è ancora arrivati nell'origine)

Es. 3) La condizione di stabilizzabilità è $\mu q_u - d(q_d + q_u) > 0$.

Si ha: $\Delta = \mu q_u - d(q_d + q_u) = 410 > 0$, quindi il sistema $\boxed{\text{è stabilizzabile.}}$

La condizione di JIT ($z^* = 0$) è $\gamma \geq \frac{c_m}{c_p + c_m}$, cioè

$(c_p + c_m)\gamma \geq c_m \iff c_p\gamma + c_m\gamma \geq c_m \iff c_p\gamma \geq c_m(1-\gamma)$

$\Rightarrow \boxed{c_p \geq c_m \frac{1-\gamma}{\gamma}}$ Essendo $\gamma = \frac{\mu q_u - d(q_d+q_u)}{(\mu - d)(q_d + q_u)} = 0.37$

e $c_m = 10$, si ha $\boxed{c_p \geq 17.1}$