COGNOME: NOME: MATRICOLA:

Il presente scritto è relativo a 5 cfu. Indicare se si dovranno verbalizzare:

- ☐ 5 cfu di Automazione Manifatturiera
- ☐ 6 cfu di Automazione Manifatturiera
- ☐ 10 cfu di Robotica e Automazione
- ☐ 12 cfu di Automazione e Robotica con Laboratorio

**N.B. Il presente foglio va consegnato unitamente al compito**

1. Si consideri una macchina soggetta a guasti con tempi di funzionamento e di guasto a distribuzione esponenziale con media $\bar{t}_f = 100$ e $\bar{t}_g = 5$ ore rispettivamente. Siano $d = 34$ pz/ora il tasso della domanda e $\mu = 40$ pz/ora quello massimo di produzione. Si vuole minimizzare l'indice di costo $J = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} E\left[\int_0^T g[x(t)]dt\right]$ dove $g(x) = 8x^+ + 18x^-$.
   (a) Mostrare che il sistema è stabilizzabile e calcolare la scorta ottima [3+5pt]
   (b) Supponendo che la macchina si guasti quando la scorta accumulata è pari al valore ottimo calcolato al punto precedente, calcolare la probabilità che, quando torna in funzione, la coda di arretrati abbia superato le 100 unità [4pt]

2. Si consideri un sistema di produzione di tipo PULL che produce due tipi di parti con tempi di setup trascurabili. I tassi massimi di produzione e di domanda per le due parti sono rispettivamente: $\mu_1 = 6$, $\mu_2 = 9$, $d_1 = 3$ e $d_2 = 4$ pz/ora. Si vuole minimizzare l'indice di costo $J = \int_0^\infty [g_1(x_1(t)) + g_2(x_2(t))]\, dt$, dove $g_i(x_i) = x_i^2 - x_i$ per $x_i < 0$ e $g_i(x_i) = 10x_i$ per $x_i \geq 0$ $(i = 1, 2)$.
   (a) Riportare sul piano $(x_1, x_2)$ la politica ottima [7pt]
   (b) Calcolare il tempo minimo che occorre per portare i buffer dal punto $(5; 12)$ all'origine [4pt]

3. Si consideri un sistema PUSH con tempi di setup non trascurabili, costituito da una singola macchina che lavora $P = 2$ tipi di parti con tassi di domanda $d_1 = 3$ e $d_2 = 4$ pezzi/ora e tempi di lavorazione $\tau = [1/6, 1/9]$ ore.
   (a) Valutare la stabilizzabilità del sistema [3pt]
   (b) Mostrare che c'è una parte tale che, anche se la macchina la lavora a massima velocità, il Work in Process complessivo nel sistema aumenta. Di quale parte si tratta? Nel caso di un sistema stabile e simmetrico (cioè con tassi di domanda e tempi di lavorazione delle varie parti uguali tra di loro), è possibile che si verifichi un aumento del Work in Process quando la macchina sta lavorando al massimo? Giustificare le risposte [3+2pt]

Es. 1 $\quad \bar{t}_f = 1/q_d, \quad \bar{t}_g = 1/q_u \Rightarrow q_d = 0.01, \quad q_u = 0.2$

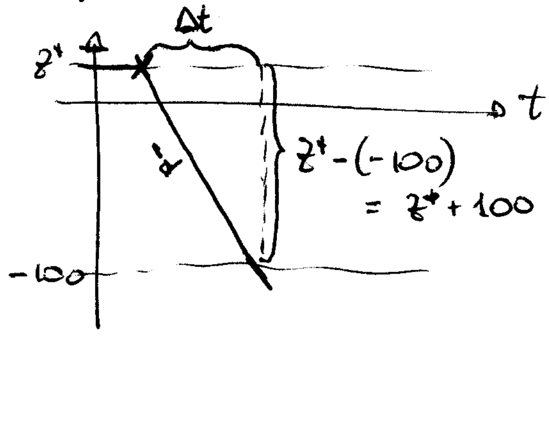
a) $\mu q_u - d(q_d + q_u) = 40 \cdot 0.2 - 34 \cdot 0.21 = 0.86 > 0$ ok, stabilizzabile

(oppure, $\frac{\mu q_u}{q_d + q_u} = 38.1 > d$)

$\gamma = \frac{\mu q_u - d(q_d+q_u)}{(q_d+q_u)(\mu - d)} = 0.68, \quad \frac{c_m}{c_p + c_m} = 0.69$

$\Rightarrow \gamma < \frac{c_m}{c_p+c_m} \Rightarrow z^* > 0; \quad z^* = \frac{1}{\alpha} \ln\left[\frac{c_m + c_p}{c_p}(1-\gamma)\right] = 7.41$

b) Il guasto deve durare almeno $\Delta t = \frac{z^* + 100}{d}$, infatti, durante il guasto, il buffer si svuota con velocità $d$.

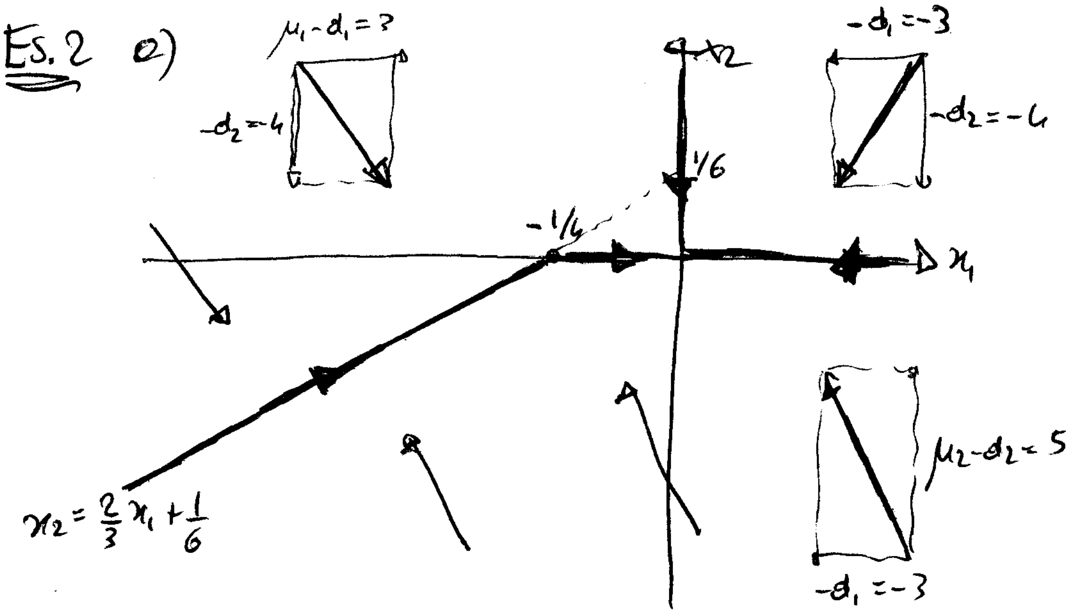



Ora, $t_g \sim \mathcal{E}(q_u)$

$\Rightarrow \text{prob}\{t_g \geq \Delta t\} = \int_{\Delta t}^{\infty} q_u e^{-q_u \tau} d\tau$

$= -e^{-q_u \tau}\Big|_{\Delta t}^{\infty} = e^{-q_u \Delta t} = e^{-0.2 \cdot \frac{107.41}{34}} = 0.53$

**Es. 2** a)




$\mu_1 = 6 \quad d_1 = 3$

$\mu_2 = 9 \quad d_2 = 4$

Nel 3° quadrante:

$$\frac{dp_i}{dx_i} = 2x_i - 1$$

$$\mu_1 \frac{dp_1}{dx_1} \gtrless \mu_2 \frac{dp_2}{dx_2}$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$6(2x_1 - 1) \gtrless 9(2x_2 - 1)$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$12x_1 - 6 \gtrless 18x_2 - 9$$

$$\Rightarrow x_1 \gtrless \frac{3}{2}x_2 - \frac{1}{4}$$

(oppure $\frac{2}{3}x_1 + \frac{1}{6} \gtrless x_2$) ∎

b) Essendo $x_i(0) > 0 \ \forall i$,

$$T_{clear} = \max_i \left\{ \frac{x_i(0)}{d_i} \right\} = \max\left\{ \frac{5}{3}, \frac{12}{4} \right\} = \underline{3 \text{ ore}}$$

**Es. 3** a) $\rho = \sum_{i=1}^{P} d_i \tau_i = d_1\tau_1 + d_2\tau_2 = \frac{3}{6} + \frac{4}{9} = \frac{17}{18} < 1$ ok, è stabilizzabile.

b) Work in process $\triangleq wip(t) \triangleq x_1(t) + x_2(t)$

$$\dot{wip} = \dot{x}_1 + \dot{x}_2 = d_1 - u_1(t) + d_2 - u_2(t).$$

Se lavoro al max 1: $\dot{wip} = d_1 + d_2 - \frac{1}{\tau_1} = 3 + 4 - 6 = 1$ <u>aumenta</u>

" " " " 2: $\dot{wip} = d_1 + d_2 - \frac{1}{\tau_2} = 3 + 4 - 9 = -2$ <u>diminuisce</u>

Si tratta quindi della <u>parte 1</u>

Se il sistema è stabile e simmetrico, $d_i = d$, $\tau_i = \tau$, quando lavoro al massimo <u>qualsiasi</u> parte, $\dot{wip} = \sum_{i=1}^{P} d_i - 1/\tau_i = P \cdot d - 1/\tau$ (è lo stesso per tutte le parti).

Se fosse positivo, qualsiasi parte lavoro al max, il wip aumenterebbe sempre $\Rightarrow wip(t) \to \infty$. D'altra parte, se per assurdo $P \cdot d - 1/\tau > 0 \to P \cdot d\tau > 1$.

Ma la stabilità è $\rho < 1$, con $\rho = \sum_{i=1}^{P} d_i \tau_i = P d \tau$, (cioè $P d\tau < 1$) e quindi il sistema non potrebbe essere stabile. ∎