COGNOME: NOME: MATRICOLA:

Compito 1

Il presente scritto è relativo a 5 cfu. Indicare se si dovranno verbalizzare:

- ☐ 5 cfu di Automazione Manifatturiera
- ☐ 6 cfu di Automazione Manifatturiera
- ☐ 10 cfu di Robotica e Automazione
- ☐ 12 cfu di Automazione e Robotica con Laboratorio

N.B. Il presente foglio va consegnato unitamente al compito

1. Si consideri un sistema PUSH con tempi di setup non trascurabili, costituito da una singola macchina che lavora $P = 2$ tipi di parti con tassi di domanda $d_1 = d_2 = 1$ pezzi/ora, tempi di lavorazione $\tau_1 = \tau_2 = 30$ minuti e tempo di setup pari a un'ora.
   (a) È possibile trovare una politica che riesca a mantenere i due buffer limitati per ogni t? Giustificare la risposta [3pt]
   (b) Si assuma che al tempo zero i due buffer siano entrambi nulli e che la macchina segua una politica Round Robin. Si riporti in un grafico l'andamento temporale dei due buffer e del lavoro $w(t)$ presente nella macchina nell'intervallo di tempo che va da zero al tempo in cui è stato portato a zero per la prima volta il secondo buffer, supponendo che la macchina al tempo zero debba ancora effettuare il setup e che cominci lavorando la parte uno. Guardando il grafico di $w(t)$, cosa ci si può aspettare riguardo al limite per t che tende all'infinito di $w(t)$? [5+1pt]

2. Si consideri un sistema di produzione di tipo PULL che produce due tipi di parti con tempi di setup trascurabili. I tassi massimi di produzione e di domanda per le due parti sono rispettivamente: $\mu_1 = \mu_2 = 3$, $d_1 = d_2 = 1$ pz/ora. Si vuole minimizzare l'indice di costo $J = \int_0^\infty [g_1(x_1(t)) + g_2(x_2(t))]\,dt$, dove $g_1(x_1) = |x_1|$ e

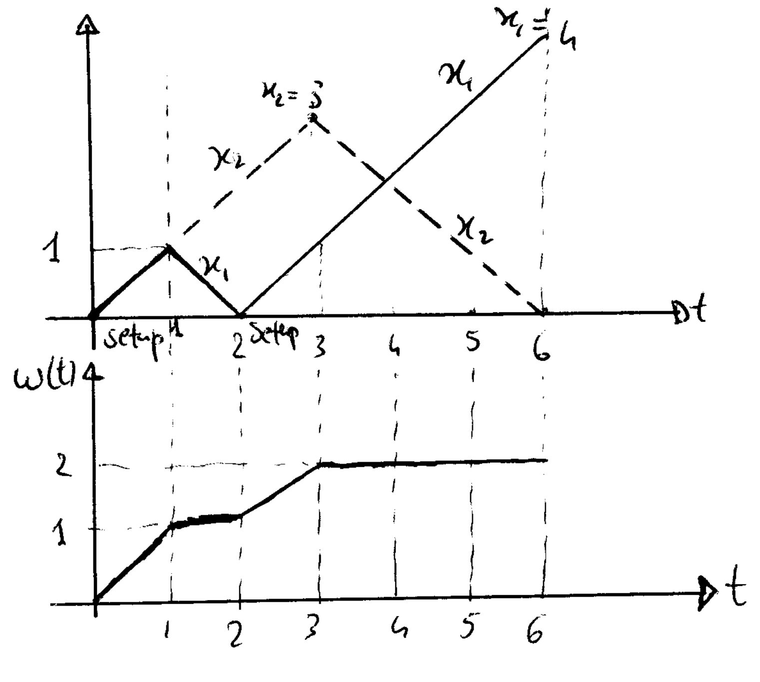
$$g_2(x_2) = \begin{cases} x_2 & x_2 \geq 0 \\ c|x_2| & x_2 \in (-1, 0) \\ 2|x_2| + c - 2 & x_2 \leq -1 \end{cases}$$

   essendo c una costante positiva.
   (a) Se $c = 0.5$, riportare sul piano (x_1, x_2) la politica ottima e la traiettoria ottima dal punto $(0, -2)$ [7+3pt]
   (b) Se $c = 3$ la funzione g_2 non è più convessa, cosa che in generale può far venir meno l'ottimalità delle politiche miopi. Discutere se in questo caso specifico la politica ottima rimane sempre di tipo miope oppure no, giustificando chiaramente la risposta [2pt]

3. Si consideri una macchina soggetta a guasti con tempi di funzionamento e di guasto a distribuzione esponenziale con parametri $q_d = 1$ e $q_u = 15$ rispettivamente. Siano $d = 21$ pz/ora il tasso della domanda e $\mu = 25$ pz/ora quello massimo di produzione. Si vuole minimizzare l'indice di costo $J = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} E\left[\int_0^T g[x(t)]dt\right]$, dove $g(x) = 15x^+ + 20x^-$.
   (a) Mostrare che il sistema è stabilizzabile e calcolare la scorta ottima [3+5pt]
   (b) Se $J(z)$ rappresenta il costo J che si ottiene applicando al sistema qui considerato una politica Hedging Point con scorta z, quanto vale il limite per z che tende all'infinito di dJ/dz? Perché? [2pt]

Es. 1. a) No perché $\rho = \overbrace{1 \cdot \frac{30}{60} + 1 \cdot \frac{30}{60}}^{d_1\tau_1 + d_2\tau_2 =} = 1$ non è minore di 1 e quindi il sistema non è stabilizzabile.

b) $\dot{x}_i = d_i - u_i(t)$ con $u_i(t) = 1/\tau_i = 2$ pz/ora durante le lavorazioni e $\emptyset$ altrimenti.



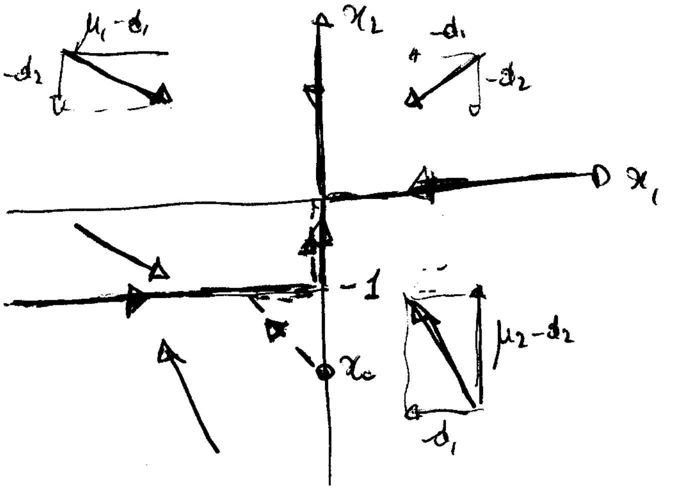
$w(t) = \tau_1 x_1(t) + \tau_2 x_2(t)$
$= \frac{x_1(t) + x_2(t)}{2}$ [ore]

$w(t)$ resta costante durante le lavorazioni e aumenta di uno ad ogni setup.

$w(t) \xrightarrow{t\to\infty} \infty$, essendo infatti $\rho = 1$ e cioè il sistema non stabilizzabile.

ES. 2. a) Nel III quadrante $\frac{df_1}{dx_1} = -1$ e $\frac{df_2}{dx_2} = \begin{cases} -c = -0.5 & x_2 \in (-1,0) \\ -2 & x_2 < -1 \end{cases}$

Poiché $\mu_1 = \mu_2$, in ciascun punto del III quadrante si lavora il buffer con df_i/dx_i più negativo.



Per $x_2 < -1$ vince la parte 2, essendo $-2 < -1$.

Per $x_2 \in (-1,0)$, vince 1, essendo $-0.5 > -1$.

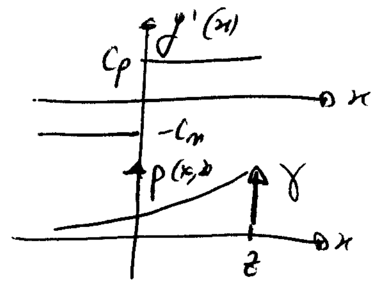
--- percorso ottimo da $\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

b) In generale la non convessità potrebbe rendere non ottimo un comportamento miope. Non qui, essendo sia -2 sia -3 (cioè df_2/dx_2 in tutto il III quadrante) comunque minori di -1 e quindi la macchina lavorerà sempre la parte 2 nel III quadrante. Ciò è ottimo e miope, ossia il comportamento miope è ottimo.

ES. 3 a) $\frac{\mu q_u}{q_d + q_u} = 23.4 > d = 21$ quindi il sistema è stabilizzabile.

$\gamma = \frac{\mu q_u - d(q_d + q_u)}{(q_d + q_u)(\mu - d)} = 0.61 \qquad \frac{c_m}{c_p + c_m} = 0.57. \qquad \gamma \geq \frac{c_m}{c_p + c_m} \to \boxed{z^+ = 0}$

b) $J'(z) = E[f'(x)] = \int_{-\infty}^{z} f'(x)\, p(x;z)\, dx + \gamma f'(z)$



Per $z \to \infty$, la $p(x,z)$ si sposta verso destra, pesando esclusivamente il valore di c_p della $f'(x)$.

Pertanto $\lim_{z \to \infty} J'(z) = c_p = 15.$