Sia $x(t)$ una funzione unilatera, cioè nulla per ogni $t \leq 0$ e sia T una costante positiva. Sia $X(s) = \mathcal{L}\{x(t)\}$. La trasformata della funzione ritardata $x(t-T)$ è data da:

$$\mathcal{L}\{x(t-T)\} = e^{-sT} X(s).$$

Infatti:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}\{x(t-T)\} &= \int_0^\infty x(t-T)e^{-st}dt = e^{-sT}\int_0^\infty x(t-T)e^{-s(t-T)}dt = \\
&= e^{-sT}\int_T^\infty x(t-T)e^{-s(t-T)}dt,
\end{aligned}$$

dove nel secondo passaggio si è moltiplicato e diviso per e^{-sT} e nell'ultimo passaggio si è sfruttato il fatto che $x(t) = 0$ per ogni $t \leq 0$, per cui $x(t-T) = 0$ per ogni $t \leq T$ e il contributo all'integrale da 0 a T è nullo. Facendo il cambiamento di variabile $\tau = t - T$ si ottiene:

$$\mathcal{L}\{x(t-T)\} = e^{-sT}\int_0^\infty x(\tau)e^{-s\tau}d\tau = e^{-sT}X(s),$$

che è quanto volevasi dimostrare.

Applicando questa proprietà a $y_{10}(t) = e^{3t}\delta_{-1}(t-1)$ si ha:

$$Y_{10}(s) = \mathcal{L}\{e^{3t}\delta_{-1}(t-1)\} = e^3\mathcal{L}\{e^{3(t-1)}\delta_{-1}(t-1)\}.$$

Ora, $\mathcal{L}\{e^{3t}\delta_{-1}(t)\} = \frac{1}{s-3}$. Sfruttando la proprietà precedente con $T = 1$ e $x(t) = e^{3t}\delta_{-1}(t)$ si ha:

$$Y_{10}(s) = e^3\mathcal{L}\{e^{3(t-1)}\delta_{-1}(t-1)\} = e^3\frac{e^{-s}}{s-3} = \frac{e^{3-s}}{s-3}.$$