COGNOME: NOME: MATRICOLA:

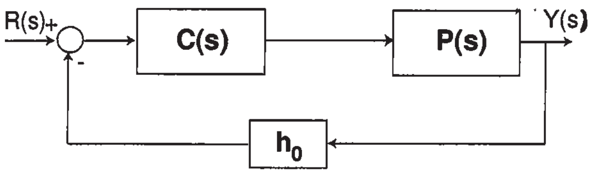
Il presente scritto è relativo a 5 cfu. Indicare se si dovranno verbalizzare:

☐ 5 cfu di Controlli Automatici
☐ 6 cfu di Controlli Automatici
☐ 10 cfu di Controlli Automatici ed Elettrotecnica

N.B. Il presente foglio va consegnato unitamente al compito

1. Si consideri un sistema con funzione di trasferimento $W(s) = \frac{s+5}{s^2+7s+12}$.
   (i) Calcolare la risposta forzata in uscita $y(t)$ rispetto all'ingresso $u(t) = e^{-3t}\delta_{-1}(t)$. [7pt]
   (ii) Si assuma che la $W(s)$ sia la funzione di trasferimento di un sistema con rappresentazione I-S-U data da $\dot{x} = Ax(t) + Bu(t)$, $y(t) = Cx(t) + Du(t)$, con
   $$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -12 & -7 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
   Determinare quindi le matrici C e D e dire se la $W(s)$ rappresenta completamente il sistema. [4+3pt]
   (iii) Indicare la rappresentazione I-U corrispondente alla $W(s)$ indicata [2pt]

2. Con riferimento al sistema in figura, in cui $h_0 = 1$ e $P(s) = \frac{1[\text{illegible}]}{(s+1)(s+2)}$,
   (i) Determinare il blocco di controllo $C(s)$ che garantisce un errore a regime nullo rispetto a riferimenti costanti, una pulsazione di attraversamento di circa 5 rad/s e un margine di fase di almeno 40 gradi. [13pt]
   (ii) Con riferimento al blocco di controllo progettato al punto precedente, determinare l'errore a regime rispetto a un riferimento del tipo $r(t) = t\delta_{-1}(t)$. [2pt]



Es. 1

(i) Si ha: $Y(s) = W(s)\,U(s) = \frac{s+5}{s^2+7s+12}\,\frac{1}{s+3} = \frac{s+5}{(s+4)(s+3)}\,\frac{1}{s+3} = \frac{s+5}{(s+3)^2(s+4)}$

essendo $s^2+7s+12 = (s+4)(s+3)$.

Ora $\frac{s+5}{(s+3)^2(s+4)} = \frac{\alpha_{11}}{s+3} + \frac{\alpha_{12}}{(s+3)^2} + \frac{\alpha_{21}}{s+4}$ con $\alpha_{12} = \left.\frac{s+5}{s+4}\right|_{-3} = 2$, $\alpha_{11} = \left.\frac{d}{ds}\frac{s+5}{s+4}\right|_{-3} = -1$

$\alpha_{21} = \left.\frac{s+5}{(s+3)^2}\right|_{-4} = 1$

Quindi $Y(s) = -\frac{1}{s+3} + \frac{2}{(s+3)^2} + \frac{1}{s+4}$

per cui $\boxed{y(t) = \left[(-1+2t)\,e^{-3t} + e^{-4t}\right]\delta_{-1}(t)}$

(ii) Innanzitutto $\boxed{D=0}$ perché $W(s)$ è strettamente propria. Inoltre la $W(s)$ non rappresenta tutto il sistema avendo un denominatore di secondo grado mentre la dimensione dello spazio di stato è 3 (A è 3×3).
Ponendo $C = [c_0 \; c_1 \; c_2]$ si nota come le matrici A, B, C sono le matrici I-S-U di una funzione di trasferimento del tipo

$\frac{c_0 + c_1 s + c_2 s^2}{s^3+7s^2+12s}$. Per farla coincidere con la $W(s)$ assegnata, basta scegliere $c_0 = 0$, $c_1 = 5$ e $c_2 = 1$,

cioè $\boxed{C = [0 \;\; 5 \;\; 1]}$ (notare la semplificazione che conferma che W non rappresenta tutto il sistema).

(iii) Se $W(s) = \dfrac{s+5}{s^2+7s+12}$ si ha $(s^2+7s+12)\,Y = (s+5)\,U$

che nel tempo fornisce la rappresentazione IU: $\boxed{\ddot{y} + 7\dot{y} + 12y = \dot{u} + 5u}$

ES. 2 (i) Per avere errore nullo rispetto a $r(t)$ di tipo $k=0$, occorre $\nu > k$, quindi $\nu = 1$. Poiché $\nu = \nu_p + \alpha$ e $\nu_p = 0$, $\alpha = 1$.

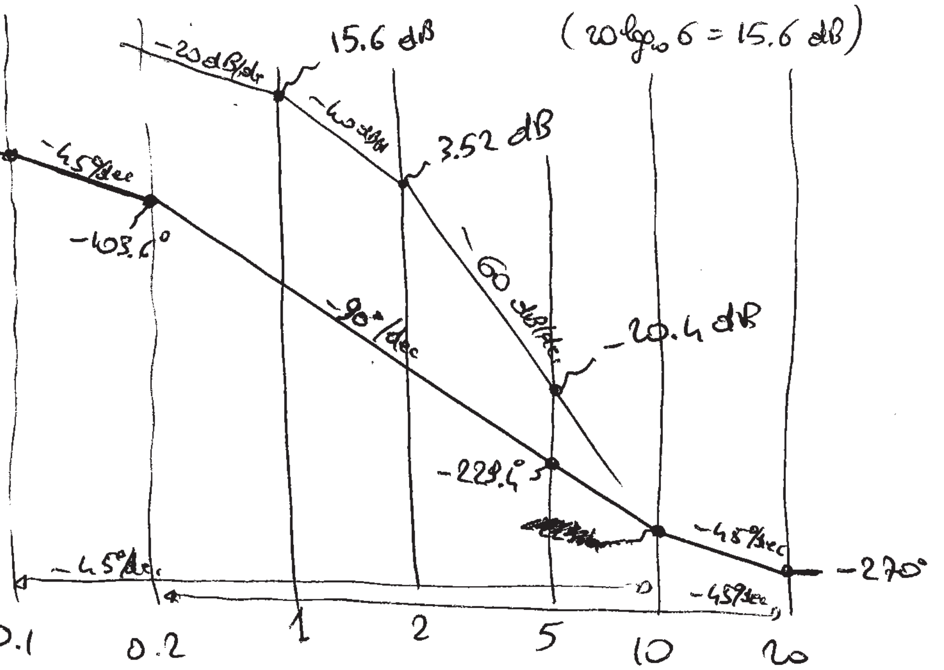
Cioè $C_1(s) = \dfrac{K_c}{s^\alpha} = \dfrac{1}{s}$ (K_c è arbitraria).

Quindi $F(s) = h_0 P(s) C_1(s) = \dfrac{12}{s(s+1)(s+2)} = \dfrac{6}{s(1+s)(1+s/2)}$

$\tau_1 = 1 \rightarrow \frac{1}{\tau_1} = 1$

$\tau_2 = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{\tau_2} = 2$

−90°



$\varphi(5) = -228.4°$

mentre, per avere $m_\varphi \geq 40°$, dovrebbe valere almeno $-180° + 40° = -140°$.

Occorre quindi alzare la fase di $-140° - (-228.4°) = 88.4°$

$\Rightarrow$ Uso due reti anticipatrici con $\boxed{m_a = 6}$ e τ_a: $\omega\tau_a = 2.5$ per $\omega = 5 \Rightarrow \boxed{\tau_a = 0.5}$

Il modulo in $\omega = 5$ passa quindi da -20.4 dB a $-20.4 + 2 \times 8 = -4.4$ dB

Poiché K_c è libera, affinché $\omega = 5$ diventi la ω_T, basta sceglierla tale che $20\log_{10} K_c = 4.4$ dB $\Rightarrow K_c = 10^{4.4/20} = 1.65$.

Quindi, complessivamente,
$$\boxed{C(s) = \frac{1.65}{s}\left(\frac{1+s\tau_a}{1+s\tau_a/m_a}\right)^2}$$

(ii) Poiché $r(t) = t\,\delta_{-1}(t)$ è di tipo $k=1$ e anche il sistema è di tipo $\nu = 1$, l'errore a regime è $\varepsilon_\infty = \dfrac{K_d^2}{K_G}$. Ora, $K_d = 1/h_0 = 1$, e

$K_G = K_p \cdot K_c = 6 \cdot 1.65 = 9.9$.

Quindi $\varepsilon_\infty = \dfrac{1}{9.9} = \underline{\underline{0.1}}$.