

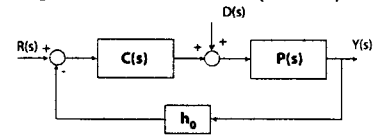
COGNOME: SOLUZIONI 2.1 NOME:

MATRICOLA:

N.B. Si consegna solo il presente foglio, il compito deve essere contenuto completamente in esso (fronte/retro).

Si consideri il sistema rappresentato in figura dove

$$P(s) = \frac{(s+0.4)}{4s(s^2+s+1)}, h_0 = 0.02 \text{ e } C(s) = \frac{10}{s}.$$



(i) Mostrare con il criterio di Nyquist che il sistema complessivo

è asintoticamente stabile. Determinare quindi il margine di fase. [13+2pt]

(ii) Se $d(t) = 0$, calcolare per ogni $k \geq 0$ l'errore a regime rispetto a riferimenti del tipo $r(t) = \frac{t^k}{1000} \delta_{-1}(t)$ (con $K_d = 1/h_0 = 50$). Valutare quindi l'errore a regime rispetto a $r(t) = (2t + 5)\delta_{-1}(t)$. [6+1pt]

(iii) Calcolare l'effetto a regime sull'uscita di un disturbo $d(t) = 3\delta_{-1}(t)$. [5pt]

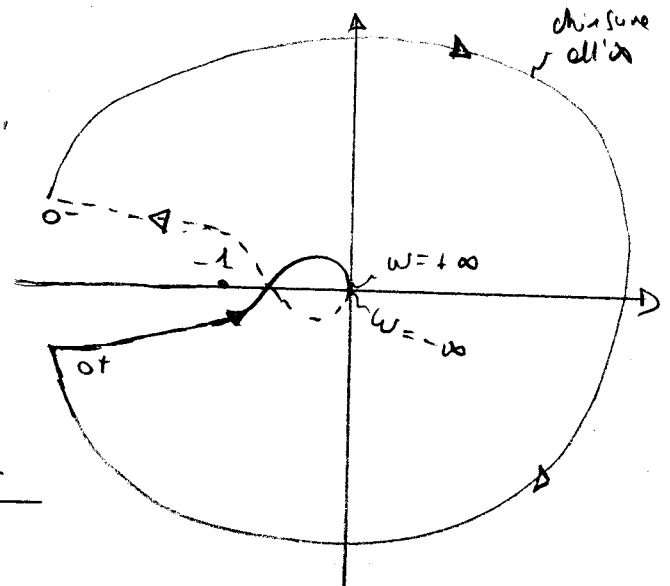
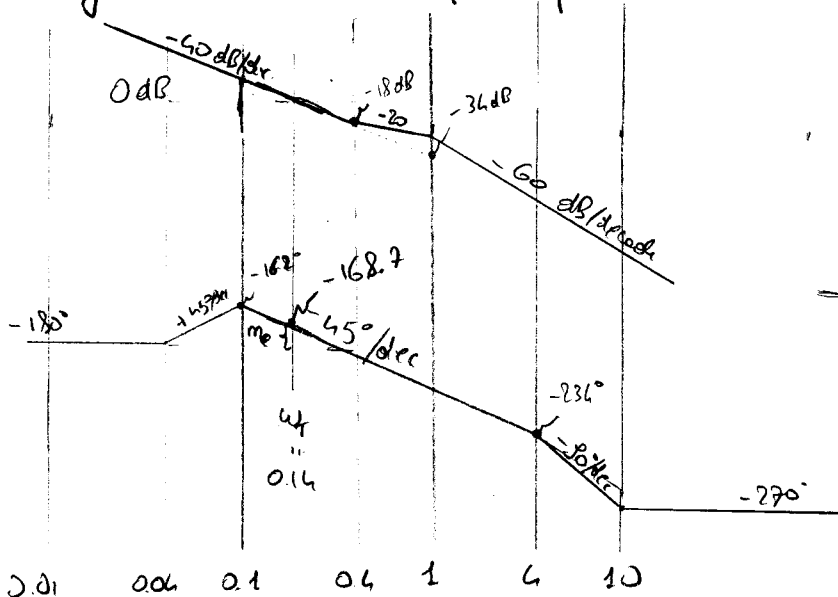
(iv) Si ignori ora il disturbo (cioè $d(t) = 0$). Supponendo che i blocchi $P(s)$ e $C(s)$ siano quelli indicati sopra e siano entrambi raggiungibili e osservabili, dire (motivando la risposta) se il sistema complessivo è raggiungibile e osservabile. Dire anche se tale proprietà è influenzata dalla scelta del controllore $C(s)$. [3+1pt]

(i) Occorre tracciare il diagramma di Bode di $F(s) = h_0 \cdot P(s) \cdot C(s)$.

$$\text{Si ha } F(s) = 0.02 \cdot \frac{10}{s} \cdot \frac{s+0.4}{4s(s^2+s+1)} = \frac{0.02 (1+s/0.4)}{s^2(1+s+s^2)} \approx \tau_n = \frac{1}{0.4} \rightarrow \frac{1}{\tau_n} = 0.4$$

$$\omega_n = 1 \text{ con } \xi = 0.5.$$

Poiché $\xi = 0.5 > 0$ radici complesse con parte reale negativa, il numero di poli con parte reale stretta positiva di $F(s)$ è $P_p = 0$. Va confrontato col numero di zeri N del diagramma polari di $F(s)$ attorno a -1 . Facciamo il diagramma di Bode e quello polare.



Dal diagramma di Bode si vede che quando la fase interseca -180° , il modulo è minor di 0 dB, ossia minor di 1 e quindi il diagramma polare interseca l'asse reale a destra di -1 .

Si ha effettivamente $N = P_p = 0$, il diagramma non passa per $-1 \Rightarrow$ il sistema complessivo è asintoticamente stabile.

~~Poiché~~ Dal diagramma di Bode si vede che

$$m_\phi = \phi(\omega_r) - (-180^\circ) \approx 11.3^\circ$$

dove ω_r è tale che il diagramma di modulo passa per 0 dB

(ii) Si ha $G(s) = C(s) \cdot P(s) = \frac{1+s/0.4}{s^2(1+s+s^2)}$. Quindi il sistema è di tipo $\boxed{v=2}$.

Pertanto:

$$E_{\infty} = 0 \quad \forall \quad \kappa < v \quad (\kappa = 0, 1)$$

$$E_{\infty} = \infty \quad \forall \quad \kappa > v \quad (\kappa \geq 2)$$

$$E_{\infty} = A \frac{\kappa_d^v}{\kappa_G} \quad \text{per } \kappa = v = 2$$

dove $\kappa_d = 50$, $\kappa_G = \kappa_p \cdot \kappa_c = 1$ e A è la costante di compen in $r(t)$. Ora $r(t) = \frac{t^2}{1000} \Rightarrow S_r(s) = \frac{1}{500} \frac{t^2}{2} S_u(t)$,

da cui $A = \frac{1}{500}$. Quindi, se $\kappa = 2$, $E_{\infty} = \frac{50^2}{500} = 5$. $\square$

N.B. L'errore a regime κ_d^2/κ_G vale per riferimenti del tipo $\frac{t^u}{u!} S_u(t)$. $\square$

(iii) L'effetto a regime del disturbo $\bar{e}$:

$$\begin{aligned} E_{d,\infty} &= \lim_{s \rightarrow 0} s W_d(s) \cdot D(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{P(s)}{1 + h_0 P(s) C(s)} \cdot \frac{3}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3 P(s)}{1 + h_0 P(s) C(s)} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3 \frac{N_p(s) D_c(s)}{D_p(s) D_c(s) + h_0 N_p(s) N_c(s)}}{1} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3(s+0.4)s}{4s^2(s^2+s+1) + 0.02(s+0.4)10} = \phi \end{aligned}$$

(iv) Poiché non ci sono cancellazioni tra $P(s)$ e $C(s)$ e poiché la retroazione istantanea non altera la proprietà di myo e oss, il sistema complessivo è myo e oss.

Ciò non vale per qualsiasi $C(s)$: si perde la myo e/o d'oss. del sistema se ci sono cancellazioni tra $P(s)$ e $C(s)$, per esempio se

$$C(s) = \frac{s+1}{s+0.4}$$

$\square$