COGNOME: NOME: MATRICOLA:

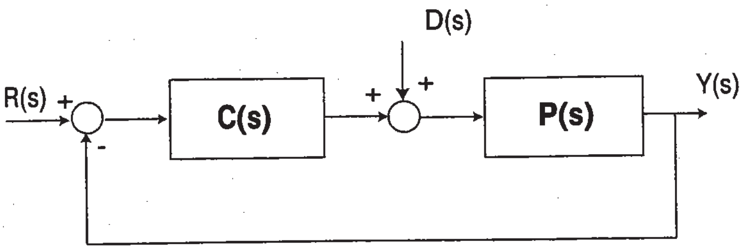
Il presente scritto è relativo a 5 cfu. Indicare se si dovranno verbalizzare:

- ☐ 5 cfu di Controlli Automatici
- ☐ 6 cfu di Controlli Automatici
- ☐ 10 cfu di Controlli Automatici ed Elettrotecnica

N.B. Il presente foglio va consegnato unitamente al compito

1. Si consideri un sistema lineare stazionario con funzione di trasferimento $W(s)$.
   - (i) Calcolare $W(s)$ sapendo che applicando all'ingresso del sistema $u(t) = \delta_{-1}(t)$ si ottiene una risposta forzata in uscita $y(t) = te^t cos(2t)\delta_{-1}(t)$. [7pt]
   - (ii) Valutare se il sistema dato è stabile BIBO, giustificando la risposta [4pt]
   - (iii) Fornire una rappresentazione ISU della funzione $W(s)$ calcolata al punto (i) [4pt]
   - (iv) Sapendo che una risposta libera del sistema è del tipo $y(t) = e^{2t}\delta_{-1}(t)$, dire se la $W(s)$ rappresenta tutto il sistema e indicare qual è la dimensione minima che deve avere lo stato del sistema [1+1pt]

2. Con riferimento al sistema in controreazione riportato in figura in cui $P(s) = \frac{4.5}{s(s+0.1)(s^2+2s+9)}$, determinare $C(s)$ tale da assicurare un errore di inseguimento a regime non superiore a 0.01 rispetto a riferimenti del tipo $r(t) = 2t\delta_{-1}(t)$ e in presenza di disturbi costanti del tipo $d(t) = 0.8\delta_{-1}(t)$, un margine di fase di almeno 30 gradi e una pulsazione di attraversamento di circa 1 rad/s [14pt]



Esercizio 1

(i) $U(s) = \frac{1}{s}$ $\qquad Y(s) = \mathcal{L}\{te^t\cos(2t)\delta_{-1}(t)\}$

$$\mathcal{L}\{\cos(\omega t)\delta_{-1}(t)\} = \frac{s}{s^2+\omega^2} \longrightarrow \mathcal{L}\{\cos(2t)\delta_{-1}(t)\} = \frac{s}{s^2+4}$$

$$\mathcal{L}\{t\,x(t)\} = -\frac{d}{ds}X(s) \longrightarrow \mathcal{L}\{t\cos(2t)\delta_{-1}(t)\} = \frac{s^2-4}{(s^2+4)^2}$$

$$\mathcal{L}\{e^{\alpha t}x(t)\} = X(s-\alpha) \longrightarrow Y(s) = \frac{(s-1)^2-4}{((s-1)^2+4)^2} = \frac{s^2-2s-3}{(s^2-2s+5)^2}$$

$$Y(s) = W(s)U(s) \Rightarrow W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s^3-2s^2-3s}{(s^2-2s+5)^2}$$

(ii) Non è stabile BIBO poiché la $W(s)$ ha come poli $1 \pm 2j$ con parte reale positiva.

(iii) $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$ $\quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -25 & 20 & -14 & 4 \end{bmatrix}$ $\quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\quad C = [0 \ -3 \ -2 \ 1]$ $\quad D = 0$

è una possibile rappresentazione ISU. Infatti, facendo i conti,

$$W(s) = \frac{s^3-2s^2-3s}{s^4-4s^3+14s^2-20s+25}$$

(iv) Nella risposta libera si nota la presenza di $\lambda=2$ come autovalore del sistema. Poiché $\lambda=2$ non è polo di $W(s)$:

- $W(s)$ non rappresenta tutto il sistema;
- i poli di W sono 4 $(n=4)$, in più c'è $\lambda=2$ come autovalore. Complessivamente il sistema ha almeno 4 (i poli di W) + 1 $(\lambda=2)$ autovalori. Quindi $\bar{n} \geq 5$.

Es. 2 $P(s) = \dfrac{4.5}{s(s+0.1)(s^2+2s+9)} = \dfrac{5}{s(1+10s)\left(1+\frac{2}{9}s+\frac{s^2}{9}\right)}$ $\quad K_p = 5$, $\nu_p = 1$

$\varepsilon_\infty = |\varepsilon_\infty^{(r)}| + |\varepsilon_\infty^{(d)}|$ $\qquad \varepsilon_\infty^{(r)} = 2\dfrac{K_d^2}{K_G} = \dfrac{2}{K_c \cdot K_p} = \dfrac{0.4}{K_c}$ (poiché $K_d = \frac{1}{h_0} = 1$)

$|\varepsilon_\infty^{(d)}| = \lim_{s\to 0} s\,W_{dy}(s)\,D(s) = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \dfrac{K_p}{s+K_p \cdot K_c} \dfrac{0.8}{\cancel{s}} = \dfrac{0.8 \cdot \cancel{K_p}}{\cancel{K_p} \cdot K_c} = \dfrac{0.8}{K_c}$

Prendendo $G(s) = \dfrac{K_c}{s^\alpha}$, si ha:

$\varepsilon_\infty^{(r)} = \begin{cases} 0 & \alpha > 0 \\ 2K_d^2/K_G & \alpha = 0 \end{cases}$

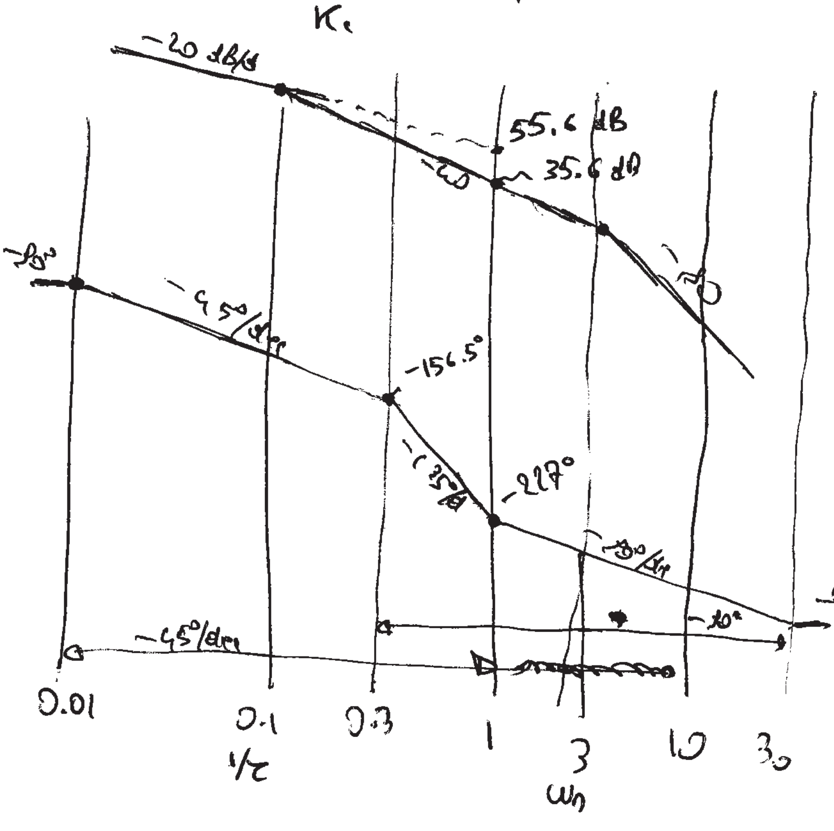
Infatti il riferimento è di tipo 1 e $\nu = \alpha + \nu_p = \alpha + 1$. Con $\alpha = 0$ si ha errore costante (il 2 perché $r(t) = 2t$ e non t).

$|\varepsilon_\infty^{(d)}| = \lim_{s\to 0} s\,W_{dy}(s)\,D(s) = \lim_{s\to 0} \dfrac{5 \cdot 0.8\, s^\alpha}{s^{\alpha+1}(1+10s)\left(1+\frac{2}{9}s+\frac{s^2}{9}\right)+5K_c} = \begin{cases} 0 & \alpha > 0 \\ \dfrac{0.8}{K_c} & \alpha = 0 \end{cases}$

Basta quindi $\boxed{\alpha = 0}$ per aver errore costante $\Rightarrow \boxed{G(s) = K_c}$

Quindi,

Da cui $\dfrac{1.2}{K_c} \leq 0.01 \Rightarrow K_c \geq 120 \Rightarrow \boxed{K_c = 120}$



$F(s) = h_0 P(s) C(s) = \dfrac{600}{s(1+10s)\left(1+\frac{2}{9}s+\frac{s^2}{9}\right)}$

$\tau = 10$ $\qquad \zeta = \frac{1}{3}, \omega_n = 3$

$\varphi(\omega_t) = \varphi(1) = -227°$

$m_\varphi = 30° \Rightarrow \bar{\varphi}(\omega_t) = -150° \Rightarrow \Delta\phi = 77°$

$\Rightarrow$ 2 reti anticipatrici con $\boxed{m_a = 5,\ \tau_a = 2}$

Alzo così il modulo di $2 \times 7 = 14$ dB che arriva a circa $36 + 14 = 50$ dB. Per portarlo a ϕ, uso due reti ritardatrici con $\boxed{m_R = 18,\ \tau_R = 100}$

Complessivamente:

$$C(s) = 120 \left(\frac{1+s\tau_a}{1+s\frac{\tau_a}{m_a}}\right)^2 \left(\frac{1+s\frac{\tau_R}{m_R}}{1+s\tau_R}\right)^2$$