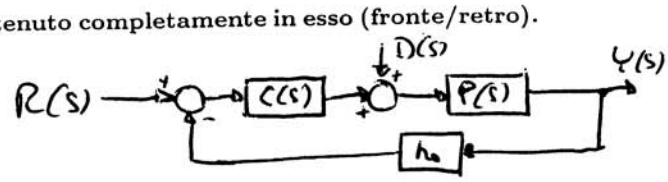
COGNOME: COMPITO A NOME: MATRICOLA:

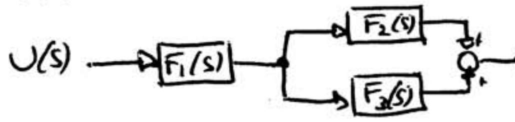
N.B. Si consegna solo il presente foglio, il compito deve essere contenuto completamente in esso (fronte/retro).

1. Con riferimento allo schema di controllo in controreazione mostrato in figura, sia $P(s) = \frac{20}{s^3+10s^2+100s}$.



   a) Supponendo per ora $C(s) = 1$ e $h_0 = 1$, verificare con Nyquist la stabilità del sistema rappresentato in figura.[5pt]
   b) Progettare $C(s)$ e determinare h_0 in modo da avere un errore a regime rispetto a un riferimento $r(t) = t\delta_{-1}(t)$ con $K_d = 2$ e con un disturbo $d(t) = 10\delta_{-1}(t)$ non superiore a 0.02 e un margine di fase di almeno 30 gradi.[15pt]
   c) In generale, quali specifiche di progetto vengono assicurate con il margine di fase? [2pt]
   d) A progetto ultimato, supponendo $d(t) = 0$, calcolare l'errore a regime rispetto a un riferimento $r(t) = t^2\delta_{-1}(t)$ (con K_d sempre pari a 2) e poi, sempre con $d(t) = 0$, rispetto a $r(t) = \delta_{-1}(t)$ (con K_d sempre pari a 2).[4pt]

2. Siano $F_1(s)$, $F_2(s)$ e $F_3(s)$ le funzioni di trasferimento di tre blocchi raggiungibili e osservabili connessi come in figura.

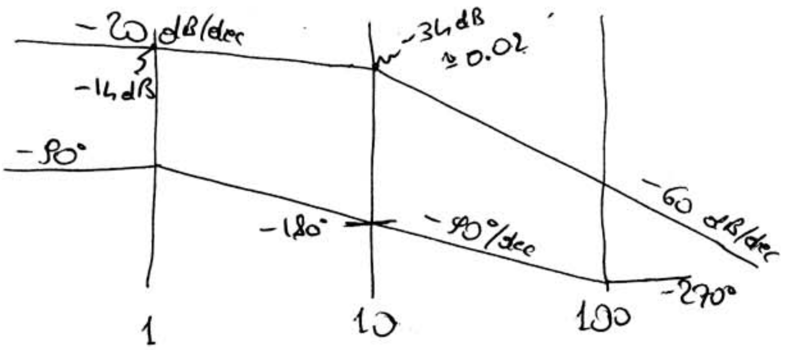


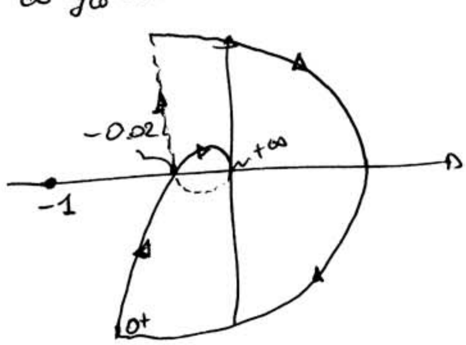
   a) Calcolare la funzione di trasferimento $W(s)$ da $U(s)$ a $Y(s)$.[2pt]
   b) Se $F_1(s) = \frac{s+1}{s+3}$, $F_2(s) = \frac{1}{s+2}$ e $F_3(s) = \frac{1}{s+a}$, dire per quali $a \in \Re$ il sistema complessivo non è raggiungibile e osservabile, motivando la risposta.[3pt]

(1a) $F(s) = P(s)C(s)h_0 = P(s) = \dfrac{20}{s^3+10s^2+100s} = \dfrac{0.2}{s(1+0.1s+0.01s^2)}$

$\omega_n = 10$ e $\zeta = 0.5$ (poiché $\zeta > 0$ consideriamo i diagrammi asintotici)

$20\log_{10} 0.2 \simeq -14$ dB





Poiché $N = 0 = P_p$, il sistema in figura è <u>AS. STABILE</u>

(1b) $K_d = 2 \Rightarrow \boxed{h_0 = 0.5}$

$C(s) = \dfrac{K_c}{s^\alpha}$ e $G(s) = P(s)\cdot C(s) = \dfrac{0.2K_c}{s^{\alpha+1}(1+0.1s+0.01s^2)}$

Poiché $r(t) = t\delta_{-1}(t)$ è di tipo $k=1$, $\quad \mathcal{E}_{r,\infty} = \begin{cases} K_d^2/K_G = 4/(0.2K_c) = \dfrac{20}{K_c} & \alpha = 0 \\ 0 & \alpha > 0 \end{cases}$

$$\mathcal{E}_{d,\infty} = \lim_{s\to 0} sW_{dy}(s)\cdot D(s) = \lim_{s\to 0} \cancel{s}W_{dy}(s)\cdot\frac{10}{\cancel{s}} = \lim_{s\to 0} 10\cdot W_{dy}(s)$$

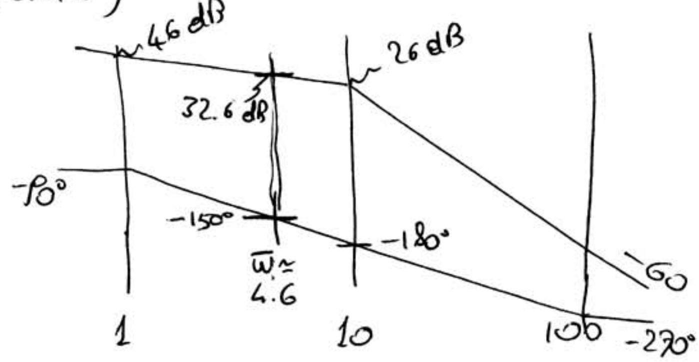
$$= 10\lim_{s\to 0}\frac{P(s)}{1+h_0P(s)C(s)} = 10\lim_{s\to 0}\frac{N_p(s)D_c(s)}{D_p(s)D_c(s)+h_0N_p(s)N_c(s)} = 10\lim_{s\to 0}\frac{D_c(s)}{h_0N_c(s)}$$

$$= 10\lim_{s\to 0}\frac{s^\alpha}{0.5K_c} = \begin{cases}\dfrac{20}{K_c} & \alpha = 0\\ 0 & \alpha > 0\end{cases}$$

Perché $\mathcal{E}_{TOT} = |\mathcal{E}_{r,\infty}| + |\mathcal{E}_{d,\infty}|$ sia limitato, scegliamo $\boxed{\alpha = 0}$ e K_c tale che:

$$\frac{20}{K_c} + \frac{20}{K_c} = \frac{40}{K_c} \le 0.02 \Rightarrow K_c \ge 2000 \Rightarrow \boxed{K_c = 2000}$$

Quindi, $F(s) = h_0 \cdot C(s) \cdot P(s) = \dfrac{200}{s(1+0.1s+0.01s^2)}$



Il diagramma di Bode è come quello alla pag. prec. con i moduli traslati di +60 dB ($20 \log_{10} 1000$).

La fase vale −150° a $\bar{\omega} \simeq 4.6$ rad/s

Se faccio in modo che il modulo valga 0 dB a tale pulsazione ottengo il margine di fase voluto (30°). Ora, $|F(j\bar{\omega})| = 32.6$ dB. Devo abbassarlo di 32.6 dB. Uso due reti ritardatrici con $\boxed{m_R = 6.6}$ e τ_R tali che $\frac{1}{\tau_R} << 4.6 \Rightarrow \boxed{\tau_R = 100}$.

In definitiva:
$$C(s) = 2000 \left(\frac{1 + \frac{\tau_R}{m_R} s}{1 + \tau_R s} \right)^2$$ ■

(1c) Il margine di fase, per sistemi a stab. regolare come quello in esame, assicura l'as. stabilità (se $m_\varphi > 0$) e una sovraelongazione $\hat{s}$ limitata ($\hat{s} \le \hat{s}^*$ se $m_\varphi \ge m_\varphi^*$).

(1d) Se $r(t) = t^2 \delta_{-1}(t)$, ho $k = 2$ e $\nu = 1$ $\Rightarrow k > \nu \Rightarrow \boxed{\varepsilon_\infty = \infty}$

Se $r(t) = \delta_{-1}(t)$, ho $k = 0$ e $\nu = 1$ $\Rightarrow k < \nu \Rightarrow \boxed{\varepsilon_\infty = 0}$

(2a) $W(s) = F_1(s) \cdot [F_2(s) + F_3(s)] = \dfrac{2(s+1)(s+\frac{a}{2}+1)}{(s+3)(s+a)(s+2)}$

(2b) La $W(s)$ non rappresenta tutto il sistema (cioè il sistema non è ragg. e oss.) se ci sono semplificazioni. Queste ci sono nei seguenti casi:

$\boxed{a = 1}$ oppure $\boxed{a = 2}$ oppure $\boxed{a = 4}$ ■