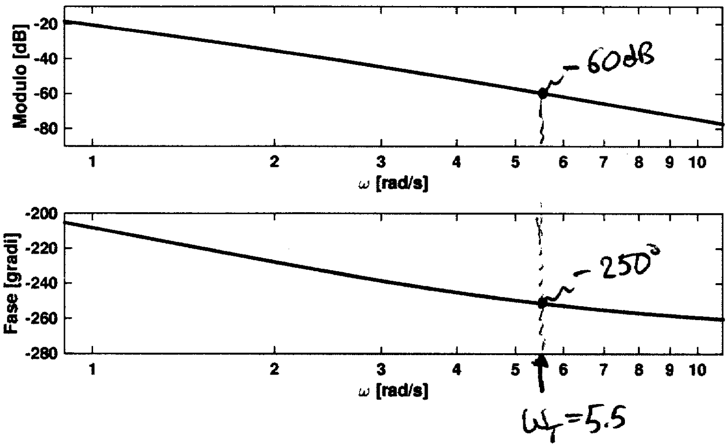
Compito 1

COGNOME: NOME: MATRICOLA:

N.B. Si consegna solo il presente foglio, il compito deve essere contenuto completamente in esso (fronte/retro).

1. Si considerino le seguenti funzioni di trasferimento: $F_1(s) = \frac{1}{(s+2)(s-1)}$ e $F_2(s) = \frac{s(s+2)}{s^2+s+1}$.
   (i) Senza tracciare i diagrammi di Bode, dire per ciascuna di queste funzioni: il valore iniziale (cioè per $\omega \to 0$) e finale (cioè per $\omega \to \infty$) del diagramma delle fasi e la pendenza (in dB/decade) per $\omega \to \infty$ del diagramma dei moduli [6pt]
   (ii) Calcolare la funzione di trasferimento ~~della serie~~ connessione di $F_1(s)$ e $F_2(s)$ e dire se rappresenta tutto il sistema [6pt]
2. Tracciare il luogo delle radici di $F(s) = K' \frac{s-2}{s^2(s+1)}$, sapendo che ha dei punti singolari in $s_1 = 3.14$ e $s_2 = -0.64$. Ve ne possono essere altri? Perché? Valutare quindi se esistono valori di K' per cui il sistema in controreazione che ha $F(s)$ come funzione di trasferimento in catena aperta risulta asintoticamente stabile, confrontando quanto si vede nel luogo con quello che si deduce dal criterio di Routh [6+1+3pt]
3. Nel progetto di un sistema di controllo la funzione di trasferimento $F(s) = h_0 P(s) C(s)$ (dove h_0 e $C(s) = C_1(s)$ sono state scelte in base alla specifica di precisione) ha i diagrammi di Bode riportati in figura. Determinare come occorre completare $C(s)$ per garantire un margine di fase m_ϕ di almeno 40° e una pulsazione di attraversamento $\omega_T \approx 5.5$ rad/s [9pt]



Es. 3) Dal diagramma delle fasi, per $\omega = 5.5$, si vede che $\varphi(\omega) \simeq -250°$, mentre, per avere m_φ di 40°, dovrebbe valere $-140°$. Occorre alzare la fase di 110°. Uso due reti anticipatrici

$$C_a(s) = \frac{1+s\tau_a}{1+s\tau_a/m_a}$$

Con $\boxed{m_a = 10}$ e τ_a: $\omega\tau_a = 3$ per $\omega = 5.5 \Rightarrow \boxed{\tau_a = 3/5.5}$

I moduli si alzano di $2 \times 9 = 18$ dB, arrivando a $-60+18 = -42$ dB. Affinché 5.5 sia la ω_T, devo alzare i moduli di 42 dB. Basta moltiplicare per $10^{42/20}$. In definitiva,

$$C(s) = C_1(s) \cdot 10^{42/20} \cdot [C_a(s)]^2.$$

N.B. Poiché $10^{42/20} > 1$, si aumenta la K_c riducendo l'errore a regime per cui la precisione non viene compromessa.

Es. 1i) $F_1(s) = -\frac{1}{2} \frac{1}{(1+s/2)(1-s)}$ Il diagramma delle fasi parte da $\boxed{-180°}$ (coefficiente $K<0$) e torna a $\boxed{-180°}$ in quanto i contributi a denominatore si elidono tra loro.

Il diagramma dei moduli ha una pendenza finale di $\boxed{-40 \text{ dB/decade}}$, in quanto i due termini a denominatore danno ciascuno un contributo di -20 dB/dec.

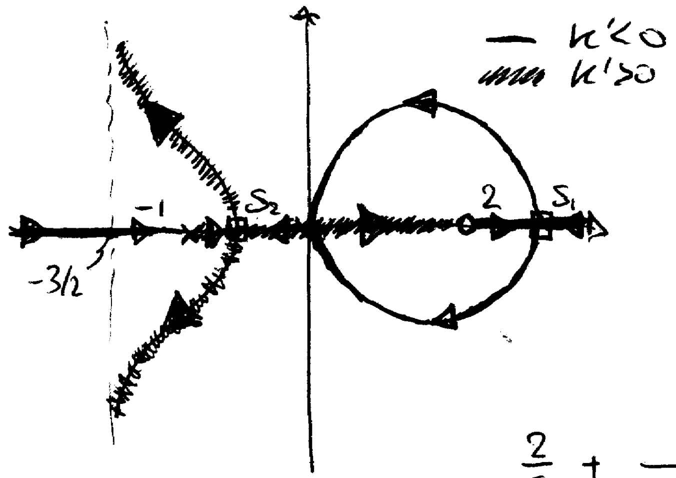
$F_2(s) = \frac{2s(1+s/2)}{1+s+s^2}$ Il diagramma delle fasi parte da $\boxed{90°}$ (s a numeratore) e finisce a $\boxed{0°}$ in quanto il numeratore dà un contributo di altri $+90°$ mentre il denominatore di $-180°$.

Il diagramma dei moduli ha una pendenza finale di $\boxed{0 \text{ dB/dec}}$, in quanto numeratore e denominatore hanno lo stesso grado.

1ii) $F(s) = F_1(s)F_2(s) = \frac{1}{\cancel{(s+2)}(s-1)} \cdot \frac{s\cancel{(s+2)}}{s^2+s+1} = \frac{s}{(s-1)(s^2+s+1)}$

non rappresenta tutto il sistema a causa della cancellazione del polo in $s=-2$, che risulta o non raggiungibile o non osservabile a seconda dell'ordine tra F_1 e F_2 nella connessione serie.

Es.2) $F(s) = K' \frac{s-2}{s^2(s+1)}$ $\quad n=3$, $m=1$ $\Rightarrow n-m=2$ rami all'infinito (due del luogo positivo e due di quello neg.)



$$\sigma_a = \frac{1}{n-m}\left(\sum_{j=1}^{n} p_j - \sum_{i=1}^{m} z_i\right) = \frac{1}{2}(-1-2) = -\frac{3}{2}$$

Punti singolari: oltre al polo doppio in zero, occorre calcolare le radici di:

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{s-p_j} - \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{s-z_i} = 0$$

$$\frac{2}{s} + \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s-2} = 0 \Rightarrow 2s^2-5s-4=0$$

Tale equazione ha come radici $s_1 = 3.14$ e $s_2 = -0.66$. I punti singolari, che sono al più $n+m-1=3$, sono dunque s_1, s_2 e il polo doppio in zero.
Dal luogo si vede che il sistema in controreazione che ha $F(s)$ come funzione di trasferimento in catena aperta è $\boxed{\text{instabile } \forall K'}$: infatti un intero ramo del luogo positivo (quello tra 0 e 2) è nel semipiano destro e ben 2 rami del luogo negativo sono anche loro a destra dell'asse immaginario.

Criterio di Routh: va applicato a $f(s,K') = s^2(s+1) + K'(s-2)$
$$= s^3 + s^2 + K's - 2K'$$

Si vede che non esistono valori di K' per cui tutti i coefficienti del polinomio sono positivi $\Rightarrow$ si conferma l'instabilità del sistema per ogni valore di $K' \in \mathbb{R}$. ∎