

Il robot SCARA

1 Cinematica diretta del robot SCARA

In questa sezione si procederà a calcolare la trasformazione cinematica diretta per un robot di tipo SCARA (vedi Fig. 1). L'acronimo SCARA deriva dall'inglese *Selective Compliance Assembly Robot Arm*. Si tratta di un robot che presenta elevata rigidità a carichi verticali e cedevolezza a quelli orizzontali. Per tale motivo si presta all'esecuzione di compiti di assemblaggio per inserimenti verticali. La struttura del



Figure 1: Un robot di tipo SCARA: la convenzione assegnata ai versi di rotazione dei vari giunti rotoidali e quella assegnata al verso di traslazione del giunto prismatico sono state considerate per la definizione del verso degli assi z_i ($i = 0, 1, 2, 3$) associati ai vari giunti

robot ed i sistemi di riferimento, assegnati seguendo la procedura di Denavit-Hartenberg, sono riportati nella Fig. 2 (in cui si è omesso di indicare l'asse y di ciascun riferimento, essendo univocamente determinato una volta specificati gli assi x e z). Se si esclude il sistema di riferimento L_4 della mano, per tutti gli altri il verso dell'asse z_i e la posizione lungo di esso dell'origine O_i sono stati scelti arbitrariamente¹. Nel caso del riferimento L_3 , anche la direzione e il verso di x_3 sono stati scelti arbitrariamente. Il vettore delle variabili di giunto è dato da:

$$q = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad d_3 \quad \theta_4], \quad (1)$$

¹Conoscendo il verso di attuazione di un determinato giunto i , cioè il verso di rotazione restituito come positivo dal sensore associato a tale giunto, il verso di z_{i-1} risulta allora univocamente definito. In questa trattazione abbiamo seguito il verso stabilito nella Fig. 1.

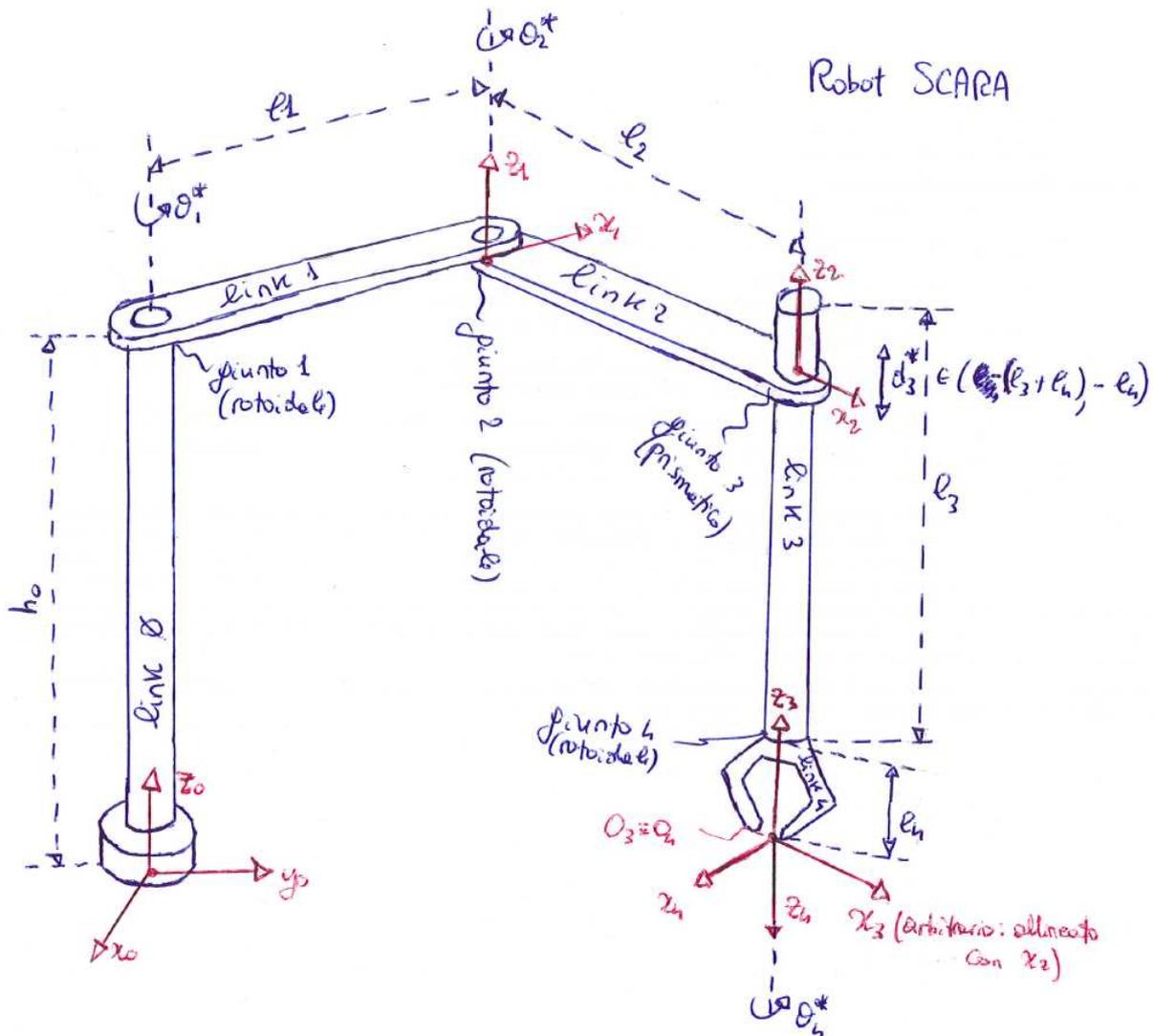


Figure 2: I sistemi di riferimento per un robot di tipo SCARA

ed i parametri cinematici che caratterizzano il robot sono (l'asterisco indica i parametri variabili, ossia le variabili nello spazio dei giunti):

	θ	d	a	α
1	θ_1^*	h_0	l_1	0
2	θ_2^*	0	l_2	0
3	0	d_3^*	0	0
4	θ_4^*	0	0	π

Si noti (vedasi anche la Fig. 2) come il parametro $d_3 < 0$. Infatti, d_3 è la distanza del punto di intersezione tra x_3 e z_2 (cioè in questo caso l'origine O_3 e l'origine O_4 coincidente con O_3) dall'origine O_2 . Tale distanza viene presa col segno positivo quando l'intersezione di cui sopra cade sul semiasse z_2 positivo (si confronti la figura del cambiamento di coordinate nella trattazione generale di Denavit-Hartenberg). In questo caso tale intersezione cade sempre sul semiasse z_2 negativo e va da un minimo di $-(l_3 + l_4)$ (quando il braccio è completamente disteso) a un massimo di $-l_4$ (quando il giunto prismatico è completamente ritratto)².

²Poteva essere ragionevole scegliere z_2 (e anche z_3) rivolti verso il basso, scelta probabilmente in accordo col verso di attuazione dei giunti 3 e 4: in tal modo d_3 sarebbe stato sempre positivo e compreso tra l_4 e $l_3 + l_4$ e sarebbe comparso col segno meno nella matrice finale T_0^4 . In accordo con tale scelta l'angolo complessivo di rotazione della pinza non sarebbe stato $\theta_1 + \theta_2 + \theta_4$ ma $\theta_1 + \theta_2 - \theta_4$.

Le matrici di trasformazione, in base a quanto visto nella trattazione della rappresentazione di Denavit-Hartenberg, sono date da:

$$T_0^1 = \begin{pmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & \ell_1 c\theta_1 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & \ell_1 s\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & h_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$T_1^2 = \begin{pmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & \ell_2 c\theta_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & \ell_2 s\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$T_2^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$T_3^4 = \begin{pmatrix} c\theta_4 & s\theta_4 & 0 & 0 \\ s\theta_4 & -c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

La matrice di trasformazione mano-base, cioè la T_0^4 , è data da:

$$T_0^4 = T_0^1 T_1^2 T_2^3 T_3^4 \quad (6)$$

$$= \begin{pmatrix} c_{124} & s_{124} & 0 & \ell_1 c_1 + \ell_2 c_{12} \\ s_{124} & -c_{124} & 0 & \ell_1 s_1 + \ell_2 s_{12} \\ 0 & 0 & -1 & h_0 + d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

in cui si è utilizzata la notazione compatta: c_{124} per indicare $\cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_4)$, s_{124} per indicare $\sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_4)$ e analogamente per gli altri termini.

La posizione della mano (cioè dell'origine della terna associata alla mano) rispetto alla terna solidale alla base è data dall'ultima colonna di T_4^0 :

$$x = \ell_1 c_1 + \ell_2 c_{12}, \quad (8)$$

$$y = \ell_1 s_1 + \ell_2 s_{12}, \quad (9)$$

$$z = h_0 + d_3. \quad (10)$$

Le colonne del primo blocco 3×3 della matrice T_0^4 rappresentano invece l'orientamento della mano (in particolare la prima colonna individua l'orientamento dell'asse x_4 rispetto alla base, la seconda di y_4 e la terza di z_4 , che infatti risulta essere $(0, 0, -1)^T$ in quanto la mano punta sempre verso il basso). L'asse y_4 ha componenti $[s_{124}, -c_{124}, 0]$ (e non quelle usuali di una rotazione nel piano che per l'asse y sarebbero $[-s_{124}, c_{124}, 0]$) perché l'asse z_4 è rivolto verso il basso: visto dall'alto il sistema (x_4, y_4) non è quindi un sistema destro.

2 Cinematica inversa del robot SCARA

La cinematica inversa del robot SCARA risulta banale se si nota l'analogia col manipolatore planare. In particolare, la posizione (x, y) della mano risulta dipendente solo da θ_1 e θ_2 con le stesse equazioni del manipolatore planare a due giunti mentre la coordinata z dipende solo da d_3 . Per quanto riguarda l'orientamento della pinza, notiamo che questa è puntata sempre verso il basso, per cui, in analogia col caso planare, per definirne l'orientamento basta indicare l'angolo ϕ tra l'asse x_0 e l'asse x_4 . Dati quindi (x_d, y_d, z_d, ϕ_d) (cioè posizione e orientamento desiderati per la pinza), le equazioni della cinematica inversa sono date da:

$$\theta_2 = \pm \arccos \frac{x_d^2 + y_d^2 - \ell_1^2 - \ell_2^2}{2\ell_1 \ell_2}, \quad (11)$$

$$\theta_1 = \operatorname{atan2} [-\ell_2 s_2 x_d + (\ell_1 + \ell_2 c_2) y_d, (\ell_1 + \ell_2 c_2) x_d + \ell_2 s_2 y_d], \quad (12)$$

$$d_3 = z_d - h_0, \quad (13)$$

$$\theta_4 = \phi_d - (\theta_1 + \theta_2). \quad (14)$$

Si osservi come le prime due equazioni siano esattamente le stesse trovate per risolvere il problema di cinematica inversa del manipolatore planare a due gradi di libertà. Le altre due si ricavano immediatamente dall'espressione della cinematica diretta. Chiaramente valgono per tutte queste equazioni considerazioni analoghe a quelle fatte nel caso del manipolatore planare in relazione a esistenza e unicità della soluzione e quindi all'individuazione dello spazio di lavoro del robot (si noti come, per la particolare struttura del robot SCARA, in questo caso spazio di lavoro e spazio di lavoro destro coincidano).

2.1 Osservazioni sull'approccio risolutivo al problema inverso

L'intuizione geometrica ci ha permesso di risolvere il problema di cinematica inversa del robot SCARA. In generale, come già si è accennato a proposito del manipolatore planare, il problema cinematico inverso risulta più complesso di quello diretto, anche per il fatto che esistenza e unicità delle soluzioni non sono garantite. Non esiste in particolare una procedura sistematica come quella utilizzata per il problema diretto, se si escludono tecniche numeriche basate su opportuni algoritmi. La soluzione del problema cinematico inverso richiede (quando la struttura non è troppo complessa) *intuizione geometrica* per individuare punti significativi della struttura che permettano di disaccoppiare il problema (come nel caso dello SCARA) e/o *intuizione algebrica* per individuare le equazioni più significative della cinematica diretta che permettano di estrarre le incognite del problema.