

Esercizi sull'uniciclo

1. Calcolare ω_R e ω_L (velocità angolari delle ruote destra e sinistra in rad/s) sapendo che $v_1 = 1 \text{ m/s}$, $v_2 = 1 \text{ rad/s}$, essendo $d = 20 \text{ cm}$ e $r = 5 \text{ cm}$ (r = raggio delle due ruote).

Soluzione Si ha: $v_1 = \frac{v_R + v_L}{2}$ $v_2 = \frac{v_R - v_L}{d}$. Essendo $v_R = r \cdot \omega_R$ e $v_L = r \cdot \omega_L$, si ha:

$$\begin{cases} v_1 = r \frac{\omega_R + \omega_L}{2} \\ v_2 = r \frac{\omega_R - \omega_L}{d} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \omega_R &= \frac{v_1 + v_2 \cdot d/2}{r} = \frac{1 + 0.01}{0.05} = 22 \text{ rad/s} \\ \omega_L &= \frac{v_1 - v_2 \cdot d/2}{r} = \frac{1 - 0.01}{0.05} = 18 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

2. Siano $r_R = 5 \text{ cm}$ e $r_L = 4.8 \text{ cm}$ il raggio della ruota destra e della ruota sinistra rispettivamente di un uniciclo. Supponendo $\omega_R = \omega_L = 1 \text{ rad/s}$, $x(0) = y(0) = \phi$ e $\theta(0) = \phi$, calcolare $x(t)$, $y(t)$, $\theta(t)$ al tempo $t = 10 \text{ s}$.
Sia $d = 20 \text{ cm}$.

Soluzione

$$v_1 = \frac{r_R \omega_R + r_L \omega_L}{2} = \frac{0.05 + 0.048}{2} = 4.9 \text{ cm/s}$$

$$v_2 = \frac{r_R \omega_R - r_L \omega_L}{d} = \frac{0.05 - 0.048}{0.2} = 0.01 \text{ rad/s}$$

Ora

$$\begin{cases} \dot{x} = v_1 \cos \theta \\ \dot{y} = v_1 \sin \theta \\ \dot{\theta} = v_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \theta(t) = \theta(0) + v_2 \cdot t = \phi + 0.01 \cdot t = 0.01 t \text{ rad}$$

~~Integrando le prime due equazioni:~~ Integrando le prime due equazioni:

$$x(t) = x(0) + v_1 \int_0^t \cos[\theta(\tau)] d\tau = \phi + \int_0^t \cos(0.01 \tau) d\tau =$$

$$= \frac{0.049}{0.01} \sin(0.01 t) = 4.9 \sin(0.01 t) \text{ m.}$$

$$y(t) = y(0) + v_1 \int_0^t \sin[\theta(\tau)] d\tau = \phi + 0.049 \int_0^t \sin(0.01 \tau) d\tau$$

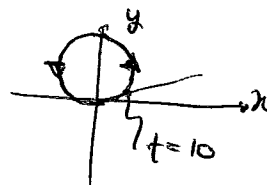
$$= \frac{0.049}{0.01} [-\cos(0.01 \tau)]_0^t = 4.9 [1 - \cos(0.01 t)] \text{ m}$$

A $t = 10$:

$$x(10) = 4.9 \cdot \sin(0.1) = 48.9 \text{ cm}$$

$$y(10) = 4.9 (1 - \cos(0.1)) = 2.5 \text{ cm}$$

$$\theta(10) = 0.1 \text{ rad} = 5.7^\circ$$



L'uniciclo si muove su una circonferenza di raggio 4.9 m e lo percorre tutta in 628 s .