Robotica mobile

La robotica mobile conta applicazioni di interesse sempre più attuale.
Tra queste:

- Perlustrazione di aree pericolose (per esempio bonifica di aree contaminate) e/o remote (per esempio esplorazione spaziale o subacquea)
- Applicazioni industriali (per esempio la movimentazione di merci mediante Automated Guided Vehicles)
- Applicazioni domestiche (per esempio robot-aspirapolvere)
- Sorveglianza o pulizia di aree estese
- Applicazioni nell'agricoltura

Tipologie di robot mobili

- su ruote
  - uniciclo (differential drive o synchro drive)
  - biciclo
  - triciclo
  - car like
  - con ruote omnidirezionali

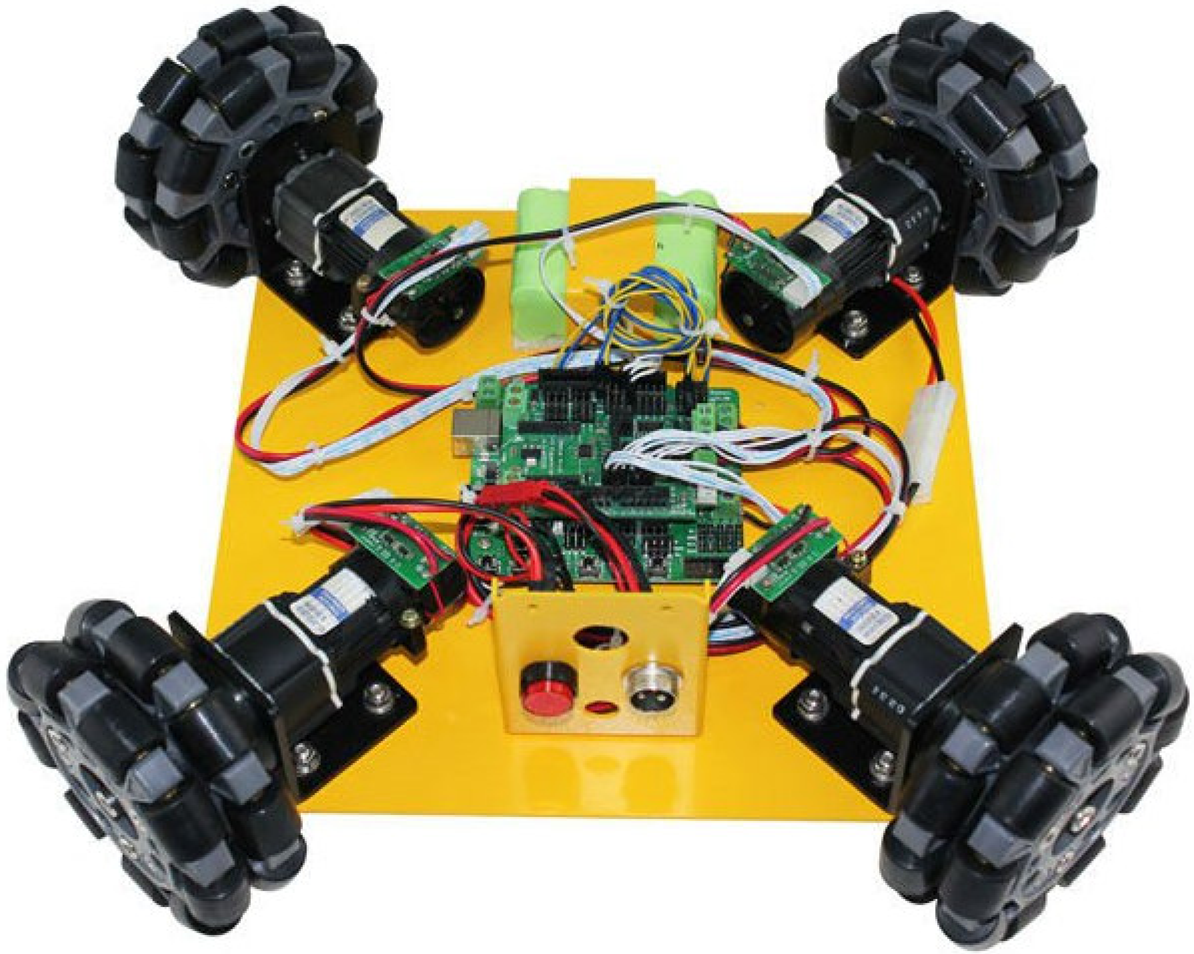
Robot con ruote omnidirezionali

- su gambe

- altro: cingolati, con movimento ondulatorio (serpenti), oppure velivoli (per esempio droni), natanti, ecc.

Robot omnidirezionale

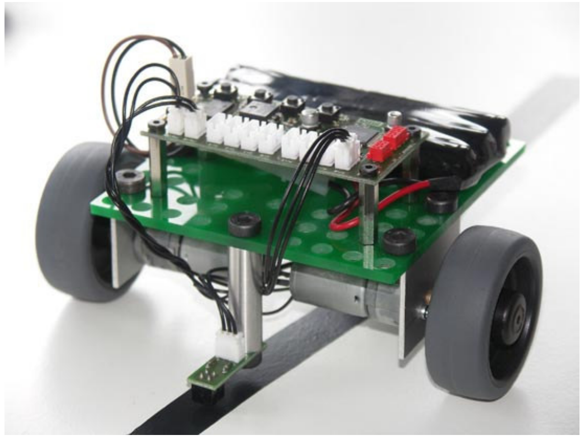
Ruota Mecanum

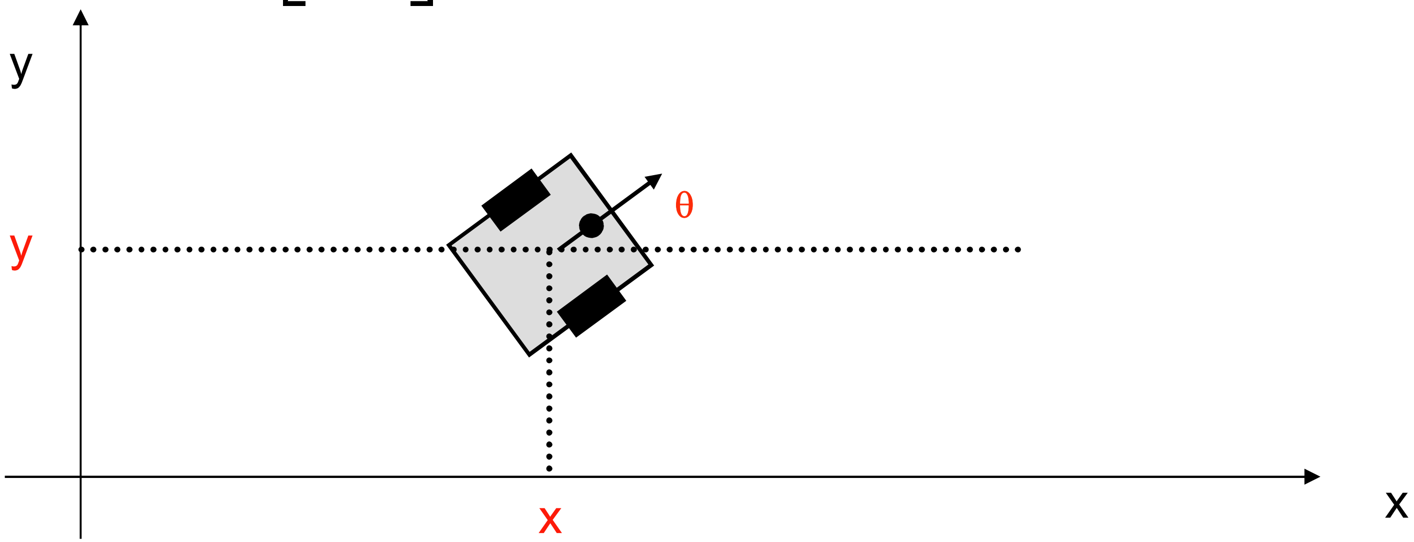


Uniciclo

Consideriamo strutture cinematiche di tipo “uniciclo”, completamente individuate dalle tre coordinate seguenti:

$$x_r = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}$$





Equazione cinematica dell'uniciclo

Velocità longitudinale

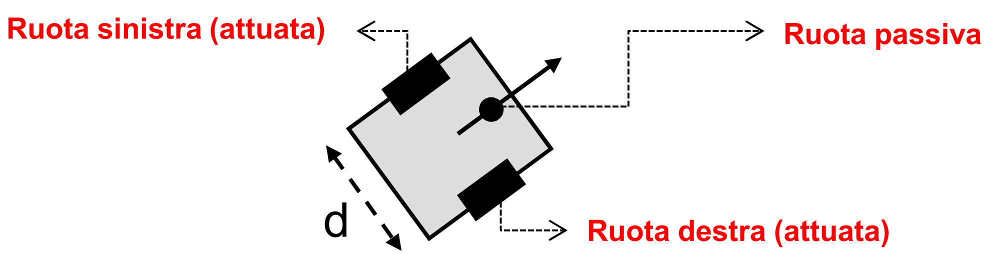
$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= \boxed{v_1} \cos(\theta) \\
\dot{y} &= v_1 \sin(\theta) \\
\dot{\theta} &= \boxed{v_2}
\end{aligned}
$$

Velocità rotazionale

Uniciclo con sistema di guida differenziale

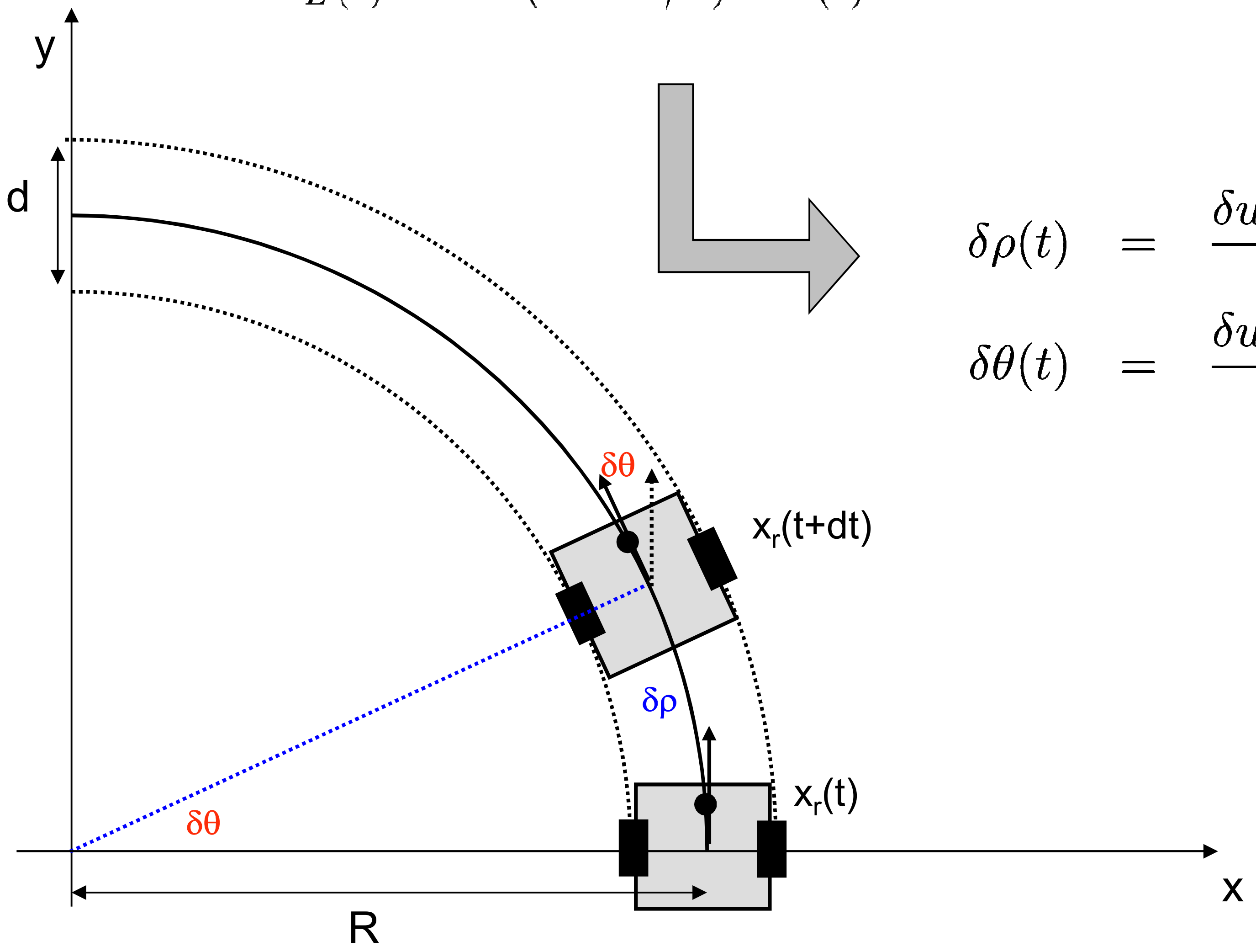
Si consideri un intervallo di tempo (t,t+dt) e si definisca:

$\delta u_R(t)$ = distanza percorsa dalla Ruota destra in (t,t+dt)
$\delta u_L(t)$ = distanza percorsa dalla Ruota sinistra in (t,t+dt)
$\delta\rho(t)$ = distanza percorsa dal centro del Robot in (t,t+dt)
$\delta\theta(t)$ = cambio di orientamento del Robot in (t,t+dt)
d = distanza tra le due ruote attuate



Supponiamo dapprima che nell'intervallo (t,t+dt) il robot percorra con velocità uniforme un archetto di circonferenza di raggio R, come rappresentato nella pagina seguente.

$$
\begin{aligned}
\delta\rho(t) &= R \cdot \delta\theta(t) \\
\delta u_R(t) &= (R + d/2) \cdot \delta\theta(t) \\
\delta u_L(t) &= (R - d/2) \cdot \delta\theta(t)
\end{aligned}
$$



$$
\begin{aligned}
\delta\rho(t) &= \frac{\delta u_R(t) + \delta u_L(t)}{2} \\
\delta\theta(t) &= \frac{\delta u_R(t) - \delta u_L(t)}{d}
\end{aligned}
$$

C'è quindi una relazione biunivoca tra ($\delta\rho$, $\delta\theta$) e (δu_R, δu_L):

$$\delta\rho = \frac{\delta u_R + \delta u_L}{2} \qquad\qquad \delta u_R = \delta\rho + \frac{d}{2}\,\delta\theta$$
$$\Longleftrightarrow$$
$$\delta\theta = \frac{\delta u_R - \delta u_L}{d} \qquad\qquad \delta u_L = \delta\rho - \frac{d}{2}\,\delta\theta$$

Le stesse formule possono essere ottenute (in modo molto più semplice) se si assume che il robot si muova in (t,t+dt) con orientamento costante.

Dividiamo entrambi i membri delle espressioni precedenti per dt. Notiamo che, al tendere di dt a 0, anche se il robot si sta muovendo su una curva generica, questa presenta un certo raggio di curvatura e può essere approssimata localmente da una circonferenza. Pertanto, osservando che:

$$\begin{aligned} v_R &= \lim_{dt\to 0} \frac{\delta u_R}{dt} \\ v_L &= \lim_{dt\to 0} \frac{\delta u_L}{dt} \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} v_1 &= \lim_{dt\to 0} \frac{\delta\rho}{dt} \\ v_2 &= \lim_{dt\to 0} \frac{\delta\theta}{dt} \end{aligned}$$

le relazioni riportate alla pagina precedente valgono in generale per qualsiasi traiettoria percorsa dal robot considerando le sue velocità:

$$
\begin{aligned}
v_1 &= \frac{v_R + v_L}{2} \\
v_2 &= \frac{v_R - v_L}{d}
\end{aligned}
\qquad \Longleftrightarrow \qquad
\begin{aligned}
v_R &= v_1 + \frac{d}{2}\, v_2 \\
v_L &= v_1 - \frac{d}{2}\, v_2
\end{aligned}
$$

D’altronde, l’integrale delle precedenti implica la validità delle equazioni sugli spostamenti riportate alla pagina precedente per qualsiasi traiettoria del robot. Complessivamente si ha:

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= \frac{v_R + v_L}{2} \cos(\theta) \\
\dot{y} &= \frac{v_R + v_L}{2} \sin(\theta) \\
\dot{\theta} &= \frac{v_R - v_L}{d}
\end{aligned}
$$

Problematiche principali robot mobili

1. I robot mobili sono spesso soggetti a vincoli non olonomi, cioè vincoli che limitano le direzioni ammissibili per le velocità ma non le posizioni ammissibili del robot stesso. Questo richiede la pianificazione di traiettorie che possano essere seguite dal robot nel rispetto dei vincoli, eventualmente anche in presenza di ostacoli.

2. La posa x_r di un robot mobile non è sempre immediatamente disponibile al controllore ma va stimata mediante opportuni algoritmi che si avvalgono di opportuni sensori. Gli algoritmi di stima normalmente utilizzano una versione discretizzata delle equazioni cinematiche del robot.

Modello discretizzato

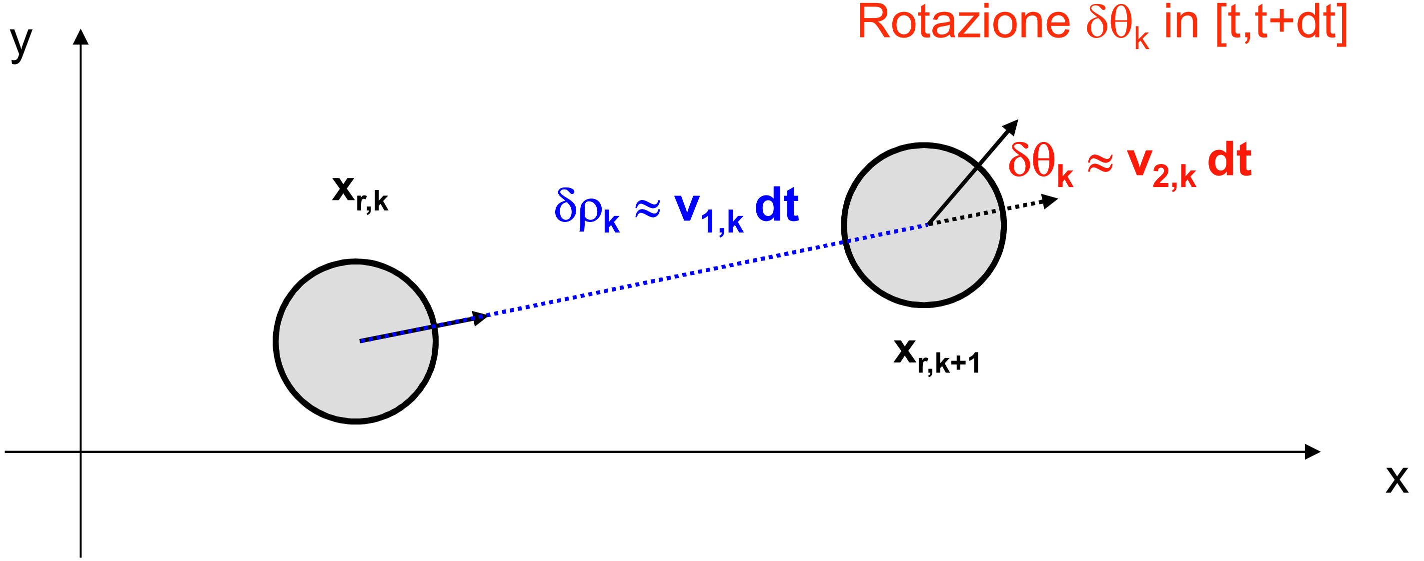
(approssimazione di Eulero dell'equazione riportata a pag. 5):

$t = k \cdot dt$; $x_k = x(k \cdot dt)$; $y_k = y(k \cdot dt)$; $\theta_k = \theta(k \cdot dt)$;

Spostamento longitudinale $\delta\rho_k$ in (t,t+dt)

$$
\begin{aligned}
x_{k+1} &\approx x_k + \boxed{v_{1,k}} \cos(\theta_k) \boxed{\cdot\, dt} \\
y_{k+1} &\approx y_k + v_{1,k} \sin(\theta_k) \cdot dt \\
\theta_{k+1} &\approx \theta_k + \boxed{v_{2,k} \cdot dt}
\end{aligned}
$$

Rotazione $\delta\theta_k$ in [t,t+dt]



La discretizzazione introduce un errore di approssimazione tanto più grande quanto maggiore è l'intervallo di discretizzazione dt. Questo errore dipende da vari fattori:

- le velocità v_1 e v_2 sono solo approssimativamente costanti in (t,t+dt), tuttavia nella pratica spesso si dispone direttamente di misure (rumorose) degli spostamenti effettivi delle due ruote nell'intervallo di discretizzazione e quindi di una misura diretta (benché rumorosa) di $\delta\rho_k$ e di $\delta\theta_k$;

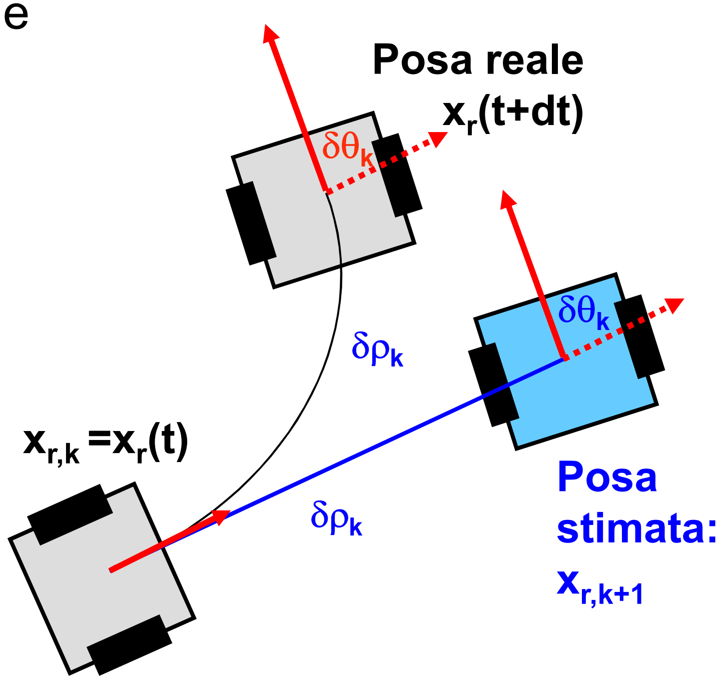
Lettura encoder ruota destra in (t,t+dt)

$$
\begin{aligned}
\boxed{u^e_{R,k}} &= \boxed{u_{R,k}} + \boxed{n_{R,k}} \\
u^e_{L,k} &= u_{L,k} + n_{L,k}
\end{aligned}
$$

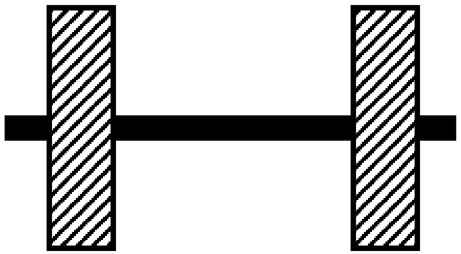
Errore odometrico

Percorso effettivo coperto dalla ruota destra in (t,t+dt)

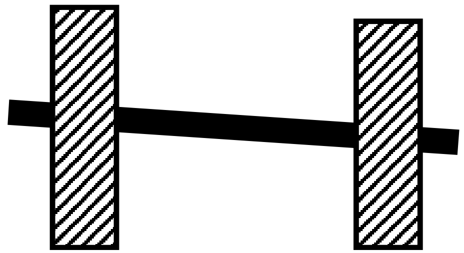
- la discretizzazione utilizzata fa sì che la posa stimata $x_{r,k+1}$ del robot al tempo t+dt sia nella direzione verso cui è orientato il robot al tempo t (vedere figura in cui si assume $\mathbf{x_{r,k}=x_r(t)}$): questo fatto introduce un errore sulla posizione stimata (x,y) del robot ma non sul suo orientamento



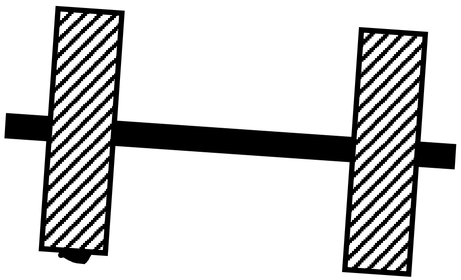
Possibili cause del mismatch tra letture encoder e spostamenti effettivi



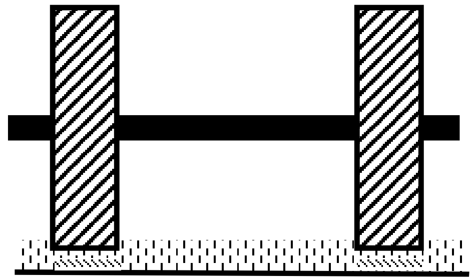
Caso ideale



Ruote con diametro diverso (errore sistematico)



Ostacolo (errore casuale)



Terreno scivoloso (errore casuale)

e molti altri (per esempio la non perfetta conoscenza della distanza tra le ruote) …

Errore cumulativo nella ricostruzione odometrica (cioè integrando le letture degli encoder sulle ruote). Duplice interpretazione della figura: 1) la linea rappresenta il moto reale del robot mentre i punti sono le possibili posizioni via via stimate; 2) la linea rappresenta il percorso comandato al robot e i punti sono tutte le posizioni che esso potrebbe in effetti aver raggiunto.