COGNOME: NOME: CFU da verbalizzare:

N.B. Si consegna solo il presente foglio, il compito deve essere contenuto completamente in esso (fronte/retro).

DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA: ogni domanda contiene una sola risposta giusta e si può mettere una sola crocetta. Mettendola sulla risposta giusta si ottiene il punteggio massimo per quella domanda. Scegliendo una risposta errata, il punteggio sarà tanto più basso (ma comunque non negativo) quanto più è errata la risposta scelta.

D1. [5pt] Con riferimento alla convenzione di Denavit-Hartenberg, è possibile scegliere il piano (x_0, y_0) coincidente col piano orizzontale dove poggia il manipolatore?

[A] sì, sempre (2pt) [B] no, mai (0pt) [C] sì, ma solo se il primo giunto è rotoidale (1pt) [D] sì, ma solo se l'asse del primo giunto è verticale (5pt) [E] nessuna delle precedenti (0pt)

D2. [5pt] Utilizzando una legge di controllo proporzionale nelle velocità, il tempo che un uniciclo impiega per raggiungere un certo punto desiderato nel piano:

[A] dipende dalla distanza tra l'uniciclo e il punto desiderato (3pt) [B] diminuisce se si aumenta il valore delle costanti presenti nella legge di controllo (2pt) [C] dipende dal raggio delle ruote dell'uniciclo (0pt) [D] è sempre infinito (5pt) [E] nessuna delle precedenti (0pt)

D3. [6pt] Si indichi con $SR = (x, y, z)$ un sistema di riferimento inizialmente coincidente con $SR' = (x', y', z')$. Il sistema SR viene sottoposto alla seguente sequenza di rotazioni: 1) Rotazione di -90^o rispetto a $\vec{e}_x$; 2) Rotazione di un generico angolo α rispetto a $\vec{e}_y{}'$. Si otterrebbe lo stesso orientamento finale del sistema SR se la seconda rotazione (sempre di α) avvenisse intorno a un opportuno asse $\vec{r}$ del sistema mobile.

[A] vero con $\vec{r} = \vec{e}_y$ (1pt) [B] vero, ma per determinare l'asse $\vec{r}$ occorre conoscere il valore di α (0pt) [C] vero con $\vec{r} = \vec{e}_z$ (6pt) [D] vero con $\vec{r} = \vec{e}_x$ (2pt) [E] nessuna delle precedenti (0pt)

ESERCIZIO A RISPOSTA LIBERA

Si consideri un robot antropomorfo caratterizzato dai seguenti parametri: $d_1 = 50cm$, $\ell_1 = 8cm$, $\ell_2 = 60cm$, $d_4 = 60cm$ e $d_6 = 20cm$.

a) Calcolare le 6 variabili di giunto che permettono di posizionare la pinza nel punto $(35, 0, 90)$ con il sistema di riferimento della pinza orientato come il sistema di riferimento della base del robot. [10pt]

b) Dalla configurazione trovata al quesito precedente, si vuole ora muovere il robot incrementando il valore della coordinata x del punto desiderato (cioè mantenendo lo stesso orientamento della pinza e le stesse coordinate $y = 0$ e $z = 90$ del quesito precedente). Determinare il valore massimo di x che è possibile raggiungere. [5pt]

SOLUZIONI ALLE DOMANDE A RISPOSTA MULTIPLA:

Anche se non era richiesto, si riporta qui il motivo alla base della scelta della risposta corretta nelle domande a risposta multipla. Il punteggio delle varie risposte è riportato in rosso accanto alle risposte stesse.

D1. La risposta giusta è la D. Infatti, se il primo giunto (rotoidale o prismatico) ha un asse verticale, l'asse z_0, che si sceglie lungo l'asse del primo giunto, può essere preso verticale e quindi il piano (x_0, y_0), la cui altezza lungo z_0 è arbitraria, può essere preso coincidente col piano orizzontale dove poggia il robot.

D2. La risposta giusta è la D. Infatti, la legge proporzionale nelle velocità garantisce solo una convergenza asintotica all'obiettivo, cioè in un tempo infinito. È pur vero che il transitorio è più o meno rapido a seconda della distanza dall'obiettivo e del valore delle costanti K_{v1} e K_{v2} che compaiono nella legge di controllo.

D3. La correttezza della risposta C si può verificare sia con le formule sia geometricamente. Con le formule basta verificare che $R_y(\alpha)R_x(-90^o) = R_x(-90^o)R_z(\alpha)$. Geometricamente basta osservare che, dopo la rotazione di -90^o attorno a $\vec{e}_x$, l'asse $\vec{e}_y{}'$ coincide con l'asse $\vec{e}_z$, per cui ruotare attorno a $\vec{e}_y{}'$ equivale a ruotare attorno a $\vec{e}_z$.

SOLUZIONE ALL'ESERCIZIO A RISPOSTA LIBERA

a) Occorre risolvere un problema di cinematica inversa del robot antropomorfo con $\vec{p}_e = \begin{bmatrix} 35 \\ 0 \\ 90 \end{bmatrix}$ e $R_e = I_3$, essendo I_3 la matrice identità 3×3 (infatti la terna L_6 deve essere orientata come la terna L_0). Si ha:

$$\vec{P}_w = \vec{p}_e - d_6 \cdot \vec{a}_e = \begin{bmatrix} 35 \\ 0 \\ 90 \end{bmatrix} - 20 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 \\ 0 \\ 70 \end{bmatrix}.$$

Quindi:

$$\theta_1 = atan2(P_{wy}, P_{wx}) = atan2(0, 35) = 0.$$

Possiamo ora calcolare:

$$\begin{aligned} A_1 &= P_{wx}c_1 + P_{wy}s_1 - \ell_1 = 27, \\ A_2 &= d_1 - P_{wz} = -20. \end{aligned}$$

Pertanto:

$$\theta_3 = arcsin\left(\frac{A_1^2 + A_2^2 - d_4^2 - \ell_2^2}{2\ell_2 d_4}\right) = arcsin(-0.8432),$$

che, poiché l'argomento dell'arcoseno è compreso tra -1 e 1, presenta due possibili soluzioni, -57.5^o e -122.5^o. Scegliamo $\theta_3 = -57.5^o$. Per quanto riguarda θ_2 si ha:

$$\theta_2 = atan2(d_4c_3A_1 - (d_4s_3 + \ell_2)A_2, (d_4s_3 + \ell_2)A_1 + d_4c_3A_2) = atan2(1059.1, -391.1) = 110.27^o.$$

Per calcolare le ultime variabili, quelle del polso sferico, calcoliamo prima la matrice dell'orientamento desiderato per il polso, la R_3^6:

$$R_3^6 = (R_0^3)^T \cdot R_0^6 = (R_0^3)^T \cdot R_e = (R_0^3)^T.$$

Ora,

$$R_0^3 = \begin{bmatrix} c_1c_{23} & s_1 & c_1s_{23} \\ s_1c_{23} & -c_1 & s_1s_{23} \\ s_{23} & 0 & -c_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0 & 0.8 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0.8 & 0 & -0.6 \end{bmatrix},$$

essendo $c_{23} = 0.6$, $s_{23} = 0.8$. Quindi:

$$R_3^6 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0 & 0.8 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0.8 & 0 & -0.6 \end{bmatrix}.$$

Applicando le formule del polso sferico si ha:

$$\theta_5 = atan2(\sqrt{[a_x^3]^2 + [a_y^3]^2}, a_z^3) = atan2(0.8, -0.6) = 127.2^o.$$

Essendo θ_5 diverso da 0 e da 180^o, si possono calcolare anche gli altri due angoli del polso con le seguenti formule:

$$\begin{aligned} \theta_4 &= atan2(a_y^3, a_x^3) = atan2(0, 0.8) = 0^o \\ \theta_6 &= atan2(s_z^3, -n_z^3) = atan2(0, -0.8) = 180^o. \end{aligned}$$

b) La condizione di esistenza della soluzione della cinematica inversa è che l'argomento dell'arcoseno sia compreso tra -1 e 1. Ora, se $\vec{p}_e = \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ 90 \end{bmatrix}$ con $x \geq 35$ (si dice che si vuole aumentare la coordinata x che nel quesito (a) vale 35), si ha

$$\vec{P}_w = \vec{p}_e - d_6 \cdot \vec{a}_e = \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ 90 \end{bmatrix} - 20 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ 70 \end{bmatrix}.$$

Quindi:

$$\theta_1 = atan2(P_{wy}, P_{wx}) = atan2(0, x) = 0,$$

essendo $x \geq 35$ e quindi positivo. Possiamo ora calcolare:

$$\begin{aligned} A_1 &= P_{wx}c_1 + P_{wy}s_1 - \ell_1 = x - \ell_1, \\ A_2 &= d_1 - P_{wz} = -20. \end{aligned}$$

Pertanto, l'argomento dell'arcoseno è:

$$arg = \frac{A_1^2 + A_2^2 - d_4^2 - \ell_2^2}{2\ell_2 d_4} = \frac{(x - \ell_1)^2 - 6800}{7200}.$$

Affinché sia $|arg| \leq 1$, deve essere:

$$\begin{aligned} (x - \ell_1)^2 &\leq 14000 \\ (x - \ell_1)^2 &\geq -400. \end{aligned}$$

La seconda è sempre soddisfatta, la prima implica:

$$-118.3 \leq x - \ell_1 \leq 118.3,$$

essendo $\sqrt{14000} = 118.3$. Il valore massimo di x è pertanto $x_{Max} = 118.3 + \ell_1 = 126.3$ e si ottiene quando l'argomento dell'arcoseno vale 1, cioè quando $\theta_3 = 90^o$. In alternativa si poteva ottenere lo stesso risultato per via geometrica (vedi figura). La x massima, compatibilmente con i vincoli sull'orientamento della pinza, si raggiunge con i link 2 e 3 allineati (cioè con $\theta_3 = 90^o$), per cui $x_{max} = \ell_1 + \sqrt{(\ell_2 + d_4)^2 - (z_d - d_1 - d_6)^2} = 126.3$.