

**Teoria dei giochi e delle decisioni**  
**Equilibri di Nash: Primo compito di verifica**

**Nota** In questi esercizi per equilibri di Nash si intende equilibri di Nash PURI

**Esercizio 1: Il pesce ermafrodita.** Alcune specie di pesci ermafroditi possono scegliere il ruolo di maschio o di femmina ogni volta che si incontrano per l'accoppiamento. Ogni pesce ha un ruolo preferito, nel quale consuma meno energia e che quindi gli dà la possibilità di effettuare più incontri. Ogni pesce ottiene un payoff pari ad  $H$  se si accoppia nel suo ruolo preferito, mentre ottiene un payoff pari ad  $L$  se si accoppia nell'altro ruolo, dove  $H > L$ . Consideriamo ora un incontro tra due pesci che preferiscono lo stesso ruolo; ogni pesce ha due scelte: insistere nel volersi accoppiare nel suo ruolo preferito o offrirsi di cambiare ruolo. Se entrambi i pesci si offrono di cambiare ruolo, i ruoli sono assegnati in maniera casuale e ciascun pesce ottiene un payoff pari a  $\frac{1}{2}(H + L)$ . Se invece entrambi i pesci insistono nel voler mantenere il loro ruolo preferito l'accoppiamento non ha luogo, e ciascun pesce guadagna un payoff pari a  $S$ , dove  $S$  è una quantità proporzionale alla probabilità di avere nuovi incontri.

Si formuli questa situazione come un gioco e si determini per quale intervallo di valori di  $S$  tale gioco ammette uno o più equilibri di Nash.

**Esercizio 2: La caccia al cervo.** Un gruppo di  $n$  cacciatori vuole cacciare un cervo. I cacciatori riescono a catturare il cervo solo se tutti quanti rimangono concentrati sul cervo, ma ogni cacciatore a sua volta è tentato di lasciare la sua postazione e catturare una lepre. Ognuno degli  $n$  cacciatori ha quindi due opzioni: rimanere concentrato sul cervo oppure cacciare una lepre. Se tutti i cacciatori rimangono concentrati sul cervo, il cervo viene catturato e spartito in parti uguali tra tutti i cacciatori, se invece anche un solo cacciatore lascia la sua postazione per cacciare una lepre il cervo scappa e la lepre catturata appartiene al solo cacciatore che ha lasciato la postazione. Infine ogni cacciatore preferisce un pezzo del cervo piuttosto che una lepre. Si formuli questa situazione come un gioco e si determini se, quanti e quali equilibri di Nash ha tale gioco.

**Esercizio 3: Il gioco dell'autobus.** Due persone entrano in un autobus e vedono due posti liberi molto stretti. Ogni persona deve decidere se stare in piedi o sedersi.

- a.* Si supponga che ogni persona preferisca in primo luogo stare seduta mentre l'altra persona è in piedi. In secondo luogo preferisce stare seduta mentre l'altra persona è seduta, mentre le alternative di stare in piedi mentre l'altra persona è in piedi e stare in piedi mentre l'altra persona è seduta sono considerate indifferenti. Si modelli tale situazione come un gioco e si determini se, quanti e quali equilibri di Nash ha tale gioco
- b.* Si supponga adesso invece che ogni persona preferisca nell'ordine: stare in piedi mentre l'altra persona è seduta, stare seduta mentre l'altra persona è seduta, stare in piedi mentre l'altra persona è in piedi, stare seduta mentre l'altra persona è in piedi. Si modelli tale situazione come un gioco e si determini se, quanti e quali equilibri di Nash ha tale gioco.