Teoria dei giochi e delle decisioni
Giochi cooperativi: Quinto compito di verifica

Esercizio 1 Consideriamo tre aziende A, B e C, uniche produttrici di un certo bene. Il guadagno che possono ottenere dalla vendita di un'unità di bene prodotto dipende dal fatto che esse si coalizzino o meno. L'utilità associata ad ogni possibile coalizione è la seguente:

$$v(\{A\}) = 2$$

$$v(\{B\}) = 1$$

$$v(\{C\}) = 1$$

$$v(\{A,B\}) = 6$$

$$v(\{A,C\}) = 6$$

$$v(\{B,C\}) = 4$$

$$v(\{A,B,C\}) = 18$$

e per definizione $v(\emptyset) = 0$.

(i) Verificare che l'utilità data è una funzione caratteristica.

(ii) Determinare il nucleo del gioco.

Esercizio 2 Dato il gioco (N, v) con $N = \{1,2,3\}$ e v definita come

$$\begin{array}{ll} v(S) = \frac{\rho}{5} & \text{se } S \subset N, |S| = 1 \\ v(S) = \frac{\rho}{2} & \text{se } S \subset N, |S| = 2 \\ v(S) = 1 & \text{se } S = N \end{array}$$

dove $\rho \geq 0$ e $v(\emptyset) = 0$,

(i) Determinare per quali valori di ρ il gioco ha nucleo non vuoto e descrivere il nucleo.

(ii) Esibire un vettore di pesi bilanciato λ_S che dimostra che il gioco è non bilanciato per $\rho = \frac{10}{7}$.