

Esercizi sulla PL

Esercizio 1.1 Risolvere il seguente problema di PL attraverso il metodo dei dizionari (simpleso). Ad ogni iterazione, per la scelta della variabile entrante in base, privilegiare la variabile fuori base con il coefficiente più alto nella funzione obiettivo (riscritta rispetto la base corrente) e risolvere eventuali situazioni di parità in favore della variabile con indice più basso. Risolvere eventuali situazioni di parità sulla variabile uscente dalla base in favore della variabile con indice più basso.

$$\max x_1 + x_2$$

$$6x_1 + 4x_2 \leq 24$$

$$3x_1 - 2x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Esercizio 1.2 Scrivere il problema duale del problema scritto al punto 1.1 e individuarne una soluzione ottima, senza risolverlo esplicitamente.

Esercizio 1.3 Verificare che la soluzione ottima del problema primale (esercizio 1.1) e del problema duale (esercizio 1.2) soddisfano le condizioni di complementarità.

Esercizio 1.4 Stimare di quanto di quanto dovrebbe variare il valore ottimo del problema primale (1.1) se: 1) il termine noto della prima disequazione diventa 23 oppure 2) il termine noto della prima disequazione diventa 25 oppure 3) il termine noto della seconda disequazione diventa 5 oppure 4) il termine noto della seconda disequazione diventa 7 oppure 5) il coefficiente di x_1 nella funzione obiettivo diventa 0 oppure 6) il coefficiente di x_1 nella funzione obiettivo diventa 2 oppure 7) il coefficiente di x_2 nella funzione obiettivo diventa 0 oppure 8) il coefficiente di x_2 nella funzione obiettivo diventa 2.

Esercizio 1.5 Disegnare la regione ammissibile e individuare graficamente la soluzione ottima per il problema primale (esercizio 1.1). Utilizzando questa rappresentazione grafica trovate quindi la soluzione ottima per l'esercizio 1.4: ovvero quando il termine noto della prima disequazione diventa 23. Certificare infine la ottimalità della soluzione individuata graficamente, individuando attraverso le condizioni di complementarità una opportuna soluzione del duale (attenzione: non dovete risolvere il duale!).

Esercizio 1.6 Stimare di quanto dovrebbe variare il valore ottimo del problema primale (1.1) nel caso in cui il termine noto della seconda disequazione diventa -13. Verificare la accuratezza di tale stima risolvendo il problema graficamente.

Esercizio 2.1 Risolvere il seguente problema di PL attraverso il metodo dei dizionari (simpleso). Ad ogni iterazione, per la scelta della variabile entrante in base, privilegiare la variabile fuori base con il coefficiente più alto nella funzione obiettivo (riscritta rispetto la base corrente) e risolvere eventuali situazioni di parità in favore della variabile con indice più basso. Risolvere eventuali situazioni di parità sulla variabile uscente dalla base in favore della variabile con indice più basso.

$$\max x_1 + 3x_2 - x_3$$

$$2x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 10$$

$$3x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 10$$

$$x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Esercizio 2.2 Scrivere e risolvere il problema duale del problema scritto al punto 2.1.

Esercizio 3.1 Individuare una soluzione ottima per il seguente problema di PL. Attenzione non è necessario fare troppi calcoli...

$$\max 6 - \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{4}x_3$$

$$\frac{3}{2}x_1 + \frac{1}{4}x_3 + x_2 = 6$$

$$6x_1 + \frac{1}{2}x_3 + x_4 = 18$$

$$\frac{5}{2}x_1 + \frac{1}{4}x_3 + x_5 = 0$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Esercizio 3.2 Per certificare la ottimalità della soluzione del problema precedente, fornite una opportuna soluzione del duale utilizzando le condizioni di complementarità (attenzione: non dovete risolvere il duale!).