Soluzioni della prova del 03/12/2012

Indicando con x l'altezza del corpo immersa nel fluido 2 la restante parte $h - x$ risulterà immersa nel fluido 1. La dimensione orizzontale del solido nell'interfaccia tra i due fluidi sarà quindi $l(x) = l + (L - l)x/h$. Applicando il principio di Archimede si ha $\rho_1 g V_1 + \rho_2 g V_2 = \rho g V$ essendo $V_1 = [L + l(x)](h - x)b/2$, $V_2 = [l(x) + l]xb/2$ e $V = (L + l)hb/2$ (b è la dimensione del prima ortogonale al foglio). Sostituendo queste espressioni nel bilancio delle forze nella direzione verticale si ottiene un'equazione di secondo grado in x

$$x^2(\rho_2 - \rho_1)(L - l)/h + x[\rho_2(L + l) - 2\rho_1 l] + (\rho_1 - \rho)(L + l)h = 0$$

che con i dati del problema dà come unica soluzione positiva $x = 0.208$ m.

Applicando l'equazione di Bernoulli al sistema in figura

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho U^2 = p_A + \rho_m g h$$

si ricava che la densità del fluido esterno è $\rho = 4.0688$ Kg/m^3. Dalla stessa relazione utilizzata con h' si ricava $U' = 27.74$ m/s.

Prendendo un volume di controllo tale che le superfici attraverso cui c'è flusso di massa siano quelle dell'ugello a sezione circolare e quella ortogonale alla vena fluida che lascia la lastra, dall'equazione di bilancio della quantità di moto risulta:

$$F_x = -\rho u^2 \sin\theta h b = -1784.67 \text{ N}, \qquad F_y = \rho u^2 \cos\theta h b - \rho U^2 \frac{\pi D^2}{4} = 1958.15 \text{ N}.$$

Essendo i due fenomeni in similitudine dinamica saranno uguali i numeri di Reynolds ed i coefficienti di resistenza. Dall'equazione di stato dei gas perfetti (con la costante dell'aria) si ricava $\rho_m = 28.78$ Kg/m^3 per cui dall'uguaglianza tra i numeri di Reynods si ottiene $U = U_m(L_m/L)(\nu\rho_m)/\mu = 16.88$ m/s. Poiché saranno uguali i coefficienti di resistenza si può scrivere $D = D_m(\rho/\rho_m)(U/U_m)^2(S/S_m) = 1445.33$ N (essendo $S/S_m = 4^2$). Per la potenza si ha quindi $P = DU = 24.4$ KW.

L'uso della pressione relativa permette di evitare il calcolo dell'integrale di una pressione di riferimento (costante) sulla parte di superficie di controllo attraverso cui non c'è flusso di massa; questo termine andrebbe poi sottratto, componente per componente, dalle forze ricavate.