Fondamenti di Informatica, A.A. 2011-2012
Soluzioni

09/07/2012 — Fila A

Esercizio 1

È dato il codice matlab

```
n = 4;
a = zeros(4,4);
for i=1:n
   for j=1:n
      a(i,j) = (j-1)*n+i;
   end
end
disp(a);
```

Si chiede cosa viene visualizzato dall'interprete Matlab.

Soluzione

La matrice `a` viene riempita con tutti i numeri interi da 1 a 16 disposti per colonne. Quindi:

```
> disp(a);
    1     5     9    13
    2     6    10    14
    3     7    11    15
    4     8    12    16
```

Esercizio 2

Date la istruzione Matlab

```
b\a;
```

quali sono tutte le condizioni per cui essa ha senso, e cosa calcola.

Soluzione

L'operazione di divisione da sinistra ha senso solo per argomenti numerici. È sempre possibile quando `b` sia uno scalare. Nel caso in cui `b` sia un array $m \times n$, allora l'operazione viene interpretata come la soluzione del sistema

$$bx = a,$$

intendendo soluzione ai minimi quadrati nel caso in cui $m \neq n$; per cui affinché l'operazione abbia senso è necessario che il numero di righe di `b` sia uguale al numero di righe di `a`. In particolare, per `b` matrice quadrata l'operazione equivale a

$$b^{-1}a.$$

Esercizio 3

Definire la differenza tra l'operatore `||` e l'operatore `|`.

Soluzione

L'operatore `|` è un operatore di OR logico termine a termine su array, e valuta tutti i termini della espressione. L'operatore `||` è un operatore di OR logico su scalari, con *short-circuit*, ossia, se il risultato è calcolabile sulla base del solo primo operando, il secondo non viene valutato.

Esercizio 4

È data la seguente funzione Matlab

```
function [x]=mistery(n)
  x=0;
  y=1;

  while (y<n)
    y=2*y;
    x=x+1;
  end
end
```

Stimare il numero di operazioni aritmetiche in funzione di n.

Soluzione

Durante il ciclo vale

$$y = 2^x$$

dove x pari al numero di iterazioni, e quindi la condizione di terminazione è equivalente a

$$2^x \geq n$$

il che implica

$$x = \lceil \log_2(n) \rceil$$

Per ogni iterazione vengono eseguite due operazioni aritmetiche, quingi il numero di operazioni totali è

$$OP = 2 \times \lceil \log_2(n) \rceil = O(\log(n))$$

Esercizio 5

È dato il frammento di codice Matlab

```
  k=1;
  for i=1:n
    for j=n:-1:i
      a(i,j) = k;
      k=k+1;
```

```
  end
end
```

Riscrivere il codice facendo uso del ciclo `while`

Soluzione

```
k=1;
i=1;
while (i<=n)
  j=n;
  while (j>=i)
    a(i,j) = k;
    k=k+1;
    j=j-1;
  end
  i=i+1;
end
```

Fondamenti di Informatica, A.A. 2011-2012

09/07/2012 — Fila B

Esercizio 1

È dato il codice matlab

```
n = 4;
a = zeros(4,4);
for i=1:n
   for j=1:n
      a(i,j) = (i-1)*n+j;
   end
end
disp(a);
```

Si chiede cosa viene visualizzato dall'interprete Matlab.

Soluzione

La matrice `a` viene riempita con tutti i numeri interi da 1 a 16 disposti per righe. Quindi:

```
>   disp(a);
     1     2     3     4
     5     6     7     8
     9    10    11    12
    13    14    15    16
```

Esercizio 2

Date la istruzione Matlab

```
a/b  ;
```

quali sono tutte le condizioni per cui essa ha senso, e cosa calcola.

Soluzione

L'operazione di divisione da destra ha senso solo per argomenti numerici. È sempre possibile quando `b` sia uno scalare. Nel caso in cui `b` sia un array $m \times n$, allora l'operazione viene interpretata come

```
(b' \ a')'
```

e quindi equivale alla soluzione del sistema

$$b'x = a',$$

intendendo soluzione ai minimi quadrati nel caso in cui $m \neq n$; per cui affinché l'operazione abbia senso è necessario che il numero di righe di `b'`, ossia il numero colonne di `b`, sia uguale al numero di righe di `a'`, ossia il numero di colonne di `a`. In particolare per `b` matrice quadrata l'operazione equivale a

$$ab^{-1}$$

Esercizio 3

Definire la differenza tra l'operatore `&&` e l'operatore `&`.

Soluzione

L'operatore `&` è un operatore di AND logico termine a termine su array, e valuta tutti i termini della espressione. L'operatore `&&` è un operatore di AND logico su scalari, con *short-circuit*, ossia, se il risultato è calcolabile sulla base del solo primo operando, il secondo non viene valutato.

Esercizio 4

È data la seguente funzione Matlab

```
function [x,y]=mistery(n)
  x=0;
  y=0;
  for i=1:n
    if (mod(i,2)==0)
      for j=i:n
        x=x+1;
      end
    else
      for j=1:i
        y=y+1;
      end
    end
  end
end
```

Stimare il numero di operazioni aritmetiche in funzione di n.

Soluzione

Il ciclo su i comprende iterazioni con $i = 2k$ in cui viene eseguito il primo ciclo interno, ed iterazioni dispari $i = 2k - 1$ in cui viene eseguito il secondo ciclo. Ciascuno dei cicli interni esegue una sola operazione aritmetica.

Nelle iterazioni per i pari il ciclo interno viene eseguito sull'intervallo $2k : n$ che comprende $n - 2k + 1$ iterazioni.

Nelle iterazioni per i dispari il ciclo interno viene eseguito sull'intervallo $1 : 2k - 1$ che comprende $2k - 1$ iterazioni.

Se n è un numero pari allora si ha

$$\sum_{k=1}^{n/2} \sum_{j=2k}^{n} 1 + \sum_{k=1}^{n/2} \sum_{j=1}^{2k-1} 1$$

e quindi si ha

$$\sum_{k=1}^{n/2}(n-2k+1)+\sum_{k=1}^{n/2}(2k-1)=\sum_{k=1}^{n/2}((n-2k+1)+(2k-1))=\sum_{k=1}^{n/2}n=\frac{n^2}{2}$$

Nel caso n dispari, il ciclo interno dei dispari viene eseguito una volta in piu', quindi si aggiungono n operazioni. In definitiva

$$OP \leq \frac{n^2}{2}+n=O(n^2)$$

Esercizio 5

È dato il frammento di codice Matlab

```
k=1;
for i=n:-1:1
   for j=1:i
      a(i,j) = k;
      k=k+1;
   end
end
```

Riscrivere il codice facendo uso del ciclo `while`

Soluzione

```
k=1;
i=n;
while (i>=1)
   j=1;
   while (j<=i)
      a(i,j) = k;
      k=k+1;
      j=j+1;
   end
   i=i-1;
end
```