

Fondamenti di Informatica, A.A. 2012-2013

09/09/2013

Prova Pratica

Come è noto dall'algebra elementare i coefficienti binomiali

$$\binom{i}{j}$$

possono essere disposti in una struttura nota come Triangolo di Tartaglia:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & 1 \\ & & & & & & 1 & 1 \\ & & & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & 1 & 3 & 3 & 1 \\ & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{array}$$

Si definisca una funzione

`tartaglia(n)`

che dato un intero n restituisca la n -esima riga del triangolo. Si ricordi che la prima riga del triangolo corrisponde al binomio $\binom{0}{0}$; è facoltativo far corrispondere questa situazione a $n = 0$ ovvero $n = 1$.

Bonus: si risolva il problema utilizzando la *tail recursion*.

Svolgimento

La definizione formale di coefficiente binomiale è

$$\binom{i}{j} = \frac{i!}{j!(i-j)!};$$

ed il problema potrebbe essere risolto facendo uso dei fattoriali; tuttavia è conveniente partire dalla identità elementare

$$\binom{i}{j} = \binom{i-1}{j-1} + \binom{i-1}{j}.$$

Si può quindi definire un metodo che costruisce iterativamente la i -esima riga a partire dalla riga 0 che si assume nota. Il vettore di uscita viene preallocato a contenere degli 1, infatti il primo e l'ultimo elemento della riga saranno sempre pari ad 1.

```
function res = tartaglia(n)
```

```
    v = ones(1,n+1);
    res=v;
    if ((n==0)|| (n==1))
        return
    end

    for i=1:n
        for j=2:i
            res(j)=v(j)+v(j-1);
        end
        v=res;
    end
```

```
end
```

Una soluzione che usi solo un vettore e non due è possibile avendo cura di riorganizzare il ciclo interno su j come segue:

```
function res = tartaglia(n)
```

```
    res = ones(1,n+1);
    if ((n==0)|| (n==1))
        return
    end

    for i=1:n
        for j=i:-1:2
            res(j)=res(j)+res(j-1);
        end
    end
```

```
end
```

Infine una versione che utilizzi la *tail recursion* è la seguente:

```
function res = tartaglia(n)

    if (n<=0)
        res = [1];
        return
    else
        res=[1,1];
        res=inner_tartaglia(res,n-1);
    end
end

function res = inner_tartaglia(v,n)
    if (n <= 0)
        res = v;
        return
    else
        res = [v 1];
        for i=2:length(v)
            res(i) = v(i-1)+v(i);
        end
        res = inner_tartaglia(res,n-1);
    end
end
```