Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

1. Considerazioni preliminari

- Le attività di trasporto incidono in maniera rilevante sui costi logistici (in alcuni casi anche per i due terzi).

- Risulta importante quindi organizzare in modo efficiente queste attività.

- D'altra parte, le attività di trasporto sono fortemente connesse con quelle legate al disegno della rete logistica e alle politiche di approvvigionamento adottate nei vari nodi logistici.

- Secondo un'analisi preliminare, i problemi decisionali coinvolti nelle attività di trasporto possono essere classificati in base alla distanza tra i punti di origine e destinazione delle domande di trasporto:

  - *Trasporto a lunga distanza*

  - *Trasporto a breve distanza*

Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

2. Trasporto a lunga distanza

- I servizi di trasporto a lunga distanza possono esser suddivisi a seconda se si fa uso di *collegamenti diretti* o *indiretti*.

- I *collegamenti diretti* sono in genere realizzati dalla stessa azienda interessata all'attività di trasporto o da uno spedizioniere, e giustificati da grosse quantità di beni da trasportare con una certa regolarità.

- Si fa ricorso ad un *unico vettore* che viene impiegato per *compiere l'intero percorso* dall'origine alla destinazione senza soste intermedie.

- I *collegamenti indiretti* sono solitamente gestiti da società di trasporto che devono gestire un elevato numero di origini e destinazioni contemporaneamente.

- Lo *spostamento* è *realizzato attraverso una successione* di *viaggi* con *diversi vettori*.

Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

2. Trasporto a lunga distanza (continua)

- Principali problemi decisionali:

Collegamento	Realizzazione	Servizio regolare	Principali problemi decisionali
Diretto	Impresa	-	Determinazione del modo e delle frequenze dei collegamenti
Diretto/Indiretto	Spedizioniere	Sì	*Progettazione rete di servizio* Turnazione del personale
Diretto/Indiretto	Spedizioniere	No	Allocazione dinamica dei carichi

Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

2. Trasporto a lunga distanza (continua)

- Le modalità di trasporto incidono in maniera differente sui costi di trasporto:

Servizio gestito dall'impresa (tipicamente modalità TL)

- Quota ammortamento veicoli
- Retribuzione equipaggi
- Costo carburante
- Costi assicurazione e manutenzione
- Spese amministrative

Servizio affidato a spedizioniere

- Tariffa pagata per il servizio
- Modalità servizio: diretto / indiretto
- Caratteristiche delle merci

- In entrambe le situazioni, la presenza di economie di scala (imputabili ai costi fissi) rende il costo di trasporto una funzione concava del volume merci e della distanza percorsa

Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

2. Trasporto a lunga distanza

2.1. Progettazione rete di collegamento

- La progettazione di una rete di collegamento tra nodi logistici è riconducibile ad una classe di problemi nota come *network design*.

- Si vuole *simultaneamente* *definire la rete di trasporto* e *determinare i flussi di diversi prodotti (multicommodity) sulla rete* in modo da soddisfare le richieste di trasporto da punti di origine a punti di destinazione per ogni prodotto (commodity) e minimizzare i costi di trasporto (fissi + variabili).

- *Parametri*:
  - $G = (V, A)$: grafo orientato contenente la rete
  - K: insieme dei prodotti
  - f_{ij}: costo fisso di attivazione (e gestione) del collegamento corrispondente all'arco $(i, j) \in A$
  - $C_{ij}^k(\cdot)$: costo variabile dell'arco $(i, j) \in A$ in funzione del flusso di prodotto $k \in K$
  - $O(k) \subseteq V$: insieme nodi origine del prodotto k
  - $D(k) \subseteq V$: insieme nodi destinazione del prodotto k
  - $T(k) \subseteq V$: insieme nodi transito del prodotto k

2. Trasporto a lunga distanza

2.1. Progettazione rete di collegamento (segue)

- o_i^k: offerta prod. k originante da $i \in O(k)$
- d_i^k: domanda prod. k nel nodo $i \in O(k)$
- u_{ij}^k: massimo flusso prod. k che può attraversare l'arco (o sue più copie) $(i, j) \in A$
- u_{ij}: capacità dell'arco $(i, j) \in A$

- *Variabili*:
  - y_{ij}: variabile intera indicante quante copie dell'arco $(i, j) \in A$ sono istallate nella rete
  - x_{ij}^k: quantità di flusso di prodotto k che attraversa l'arco (o sue più copie) $(i, j) \in A$

- Per semplicità supporremo che al più una sola copia di ciascun arco può essere istallata, e, quindi $y_{ij} \in \{0, 1\}$.
- Inoltre, supporremo che $C_{ij}^k(\cdot)$ sia una funzione lineare di x_{ij}^k, cioè $C_{ij}^k(\cdot) = c_{ij}^k\, x_{ij}^k$, dove c_{ij}^k è il costo per unità di flusso per il prodotto k.
- Il problema che si ottiene è noto come *fixed charge network design problem (FCNDP)*.

2. Trasporto a lunga distanza

2.1. Progettazione rete di collegamento (segue)

- *FCNDP* è *NP-hard*. La sua formulazione è:

(FCNDP)

$$\min \quad z = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{(i,j) \in A} f_{ij} y_{ij} \qquad \text{(a)}$$

s.t.

$$\sum_{\{j:(i,j)\in A\}} x_{ij}^k - \sum_{\{j:(i,j)\in A\}} x_{ji}^k = \begin{cases} o_i^k, & i \in O(k) \\ 0, & i \in T(k), \quad \forall i \in I, \forall k \in K \\ -d_i^k, & i \in D(k) \end{cases} \qquad \text{(b)}$$

$$x_{ij}^k \le u_{ij}^k, \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in K \qquad \text{(c)}$$

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k \le u_{ij}\, y_{ij}, \quad \forall (i,j) \in A \qquad \text{(d)}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\}, \forall (i,j) \in A; \quad x_{ij}^k \ge 0, \forall (i,j) \in A, \forall k \in K \qquad \text{(e)}$$

- La funzione obiettivo (a) da minimizzare rappresenta il costo logistico totale
- (b) è il vincolo di bilanciamento delle masse
- (c) è il vincolo di massimo flusso per lo specifico prodotto su un dato arco
- (d) è il vincolo di capacità sugli archi

- Affinché (*FCNDP*) ammetta soluzione occorre che $\sum_{i \in O(k)} o_i^k = \sum_{i \in D(k)} d_i^k, \quad \forall k \in K$.

Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

2. Trasporto a lunga distanza

2.1. Progettazione rete di collegamento (segue)

- Il modello descritto consente di specificare problemi di disegno di reti di trasporto di interesse pratico.

  - Collegamento tra coppia di nodi $i, j \in V$ logistici lungo l'arco $(i, j) \in A$ attraverso:

    a) Linea servita con *mezzi aziendali* (o in affitto)

    b) Servizio fornito da *impresa di spedizione* (esterna)

    a) I parametri del modello diventano:
      - costo fisso f_{ij} (indipend. dalla quantità trasp.)
      - costo unitario di flusso per il prodotto k $c_{ij}^k = 0, \forall\, k \in K$
      - capacità u_{ij}
      - limitazioni flusso u_{ij}^k per il prodotto k

    b) I parametri del modello diventano:
      - costo fisso $f_{ij} = 0$
      - costo unitario di flusso c_{ij}^k per il prodotto k
      - capacità $u_{ij} = \infty$
      - limitazioni flusso $u_{ij}^k = \infty$ per il prodotto k

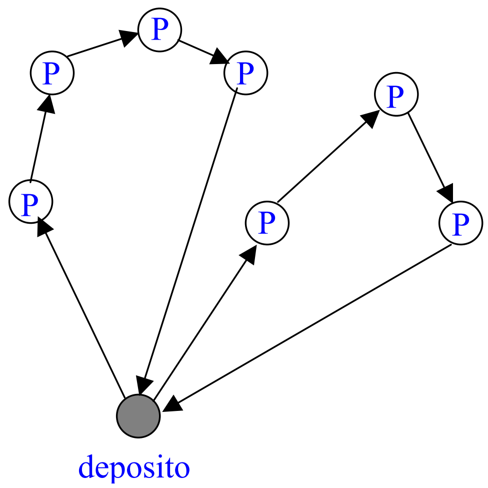
Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

3. Trasporto a breve distanza

- I servizi di *trasporto a breve distanza* comprendono:
  - Spostamenti locali (stessa città o regione);
  - Prelievo merci da consolidare in una piattaforma (terminale) logistica (locale) per poi poter essere trasportate a lunga distanza;
  - Consegna delle merci, precedentemente trasportate ad un terminale logistico locale in forma consolidata.

- Il *trasporto a breve distanza* viene realizzato impiegando mezzi (autocarri) di medio-piccole dimensioni, che nell'arco di una giornata lavorativa partono da un deposito, effettuano un certo insieme di servizi di trasporto, e ritornano al deposito percorrendo una data *rotta*.

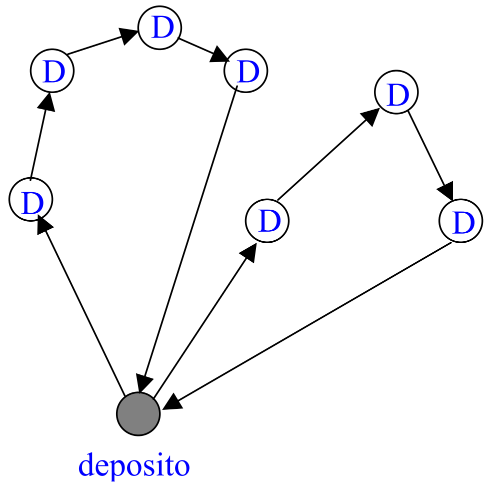
- La *rotta* percorsa può *servire solo punti di prelievo* (*pick-up*).



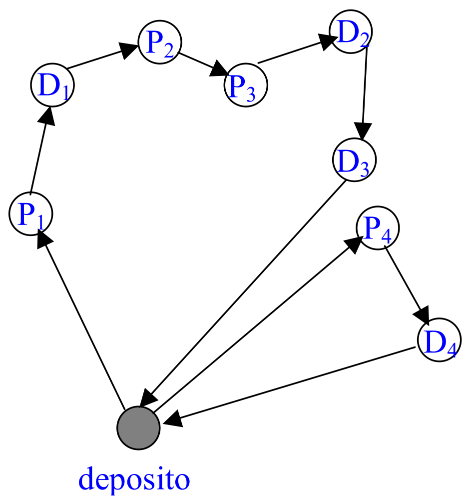
Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

3. Trasporto a breve distanza (continua)

- La *rotta* percorsa può *servire solo punti di consegna* (*delivery*).



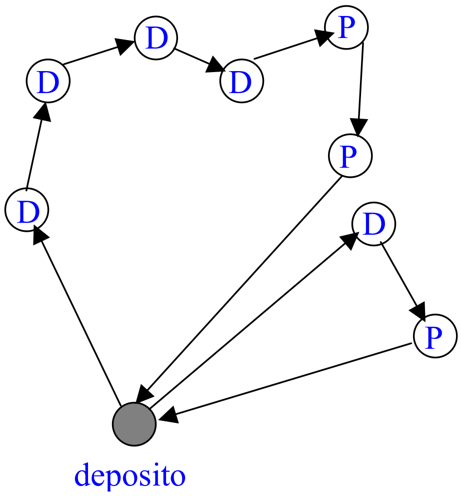
- La *rotta* percorsa può *servire punti di prelievo e consegna* (*pick-up & delivery*).



Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

3. Trasporto a breve distanza *(continua)*

- La *rotta* percorsa può *servire prima tutti i punti di consegna* di merci prelevate da un deposito (*clienti linehaul*) *e dopo tutti i punti di prelievo* merci da trasportare al deposito (*clienti backhaul*).



- Tradizionalmente le richieste vengono processate il giorno (o i giorni) seguente.

- Recentemente, grazie alle nuove tecnologie (GPS, tracking device, telefonia cellulare) è possibile gestire dinamicamente e in tempo reale le richieste di servizio di trasporto.

Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

3. Trasporto a breve distanza

3.1. Gestione delle attività di raccolta e distribuzione

- Supponendo che le attività si possano espletare nell'arco di una giornata lavorativa, il principale problema da risolvere è la *definizione delle rotte dei veicoli* (*vehicle routing problem VRP*).

- Per semplicità si supporrà che le richieste di servizio siano note a priori (scenario statico), e che la flotta di veicoli a disposizione sia omogenea.

- Dato un grafo (misto) $G = (V, A \cup E)$ rappresentante la rete (stradale), il *VRP* consiste nel *determinare un insieme di (al più) m rotte* (una per ciascun veicolo) *di costo totale minimo* che *comprendano*:
  - un *insieme* $U \subseteq V$ di *vertici* (punti di servizio)
  - un *insieme* $R \subseteq (A \cup E)$ di *archi e/o spigoli* di servizio

  e soddisfino un certo insieme di *vincoli operativi*:
  - ciascuna rotta passi per uno o più vertici prestabiliti
  - massimo numero di veicoli a disposizione
  - capacità dei veicoli
  - durata della rotta non superiore ad un turno di lavoro
  - clienti da servire in fasce orarie (*time windows*)
  - richieste di un cliente soddisfatte da un unico veicolo
  - ...

Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

3. Trasporto a breve distanza

3.1. Gestione delle attività di raccolta e distribuzione (segue)

- Se i clienti sono distribuiti uniformemente sugli archi stradali, allora $U = \varnothing$ e il problema diviene di *arc routing problem*.

- Casi particolari:
  - In assenza di vincoli operativi si utilizza un solo veicolo ($m = 1$), e il problema prende il nome di *rural postman problem*.
  - Se inoltre $R = (A \cup E)$ il problema è noto come *chinese postman problem*.

- Il *rural postman problem* è *NP-hard*.

- Il *chinese postman problem* è *polinomiale* se $R = A$ oppure $R = E$, altrimenti (nel caso misto) è *NP-hard*.

- Una tipica applicazione di *arc routing problem* è la *raccolta di rifiuti solidi urbani*. Nel caso in cui la zona circoscritta al servizio possa essere coperta con un solo veicolo ricadiamo nei casi particolari visti, altrimenti il modello è *capacitated arc routing problem*.

3. Trasporto a breve distanza

3.1. Gestione delle attività di raccolta e distribuzione (segue)

- Se i clienti sono distribuiti su singoli punti della rete, allora $R = \varnothing$ e il problema diviene di *node routing problem*.

- <u>Assenza di vincoli operativi</u>
  - E' sufficiente un solo veicolo ($m = 1$).
  - In tal caso, associato al vertice 0 il deposito, la soluzione del problema è esprimibile come una sequenza di vertici in cui ogni vertice di $U \cup \{0\}$ compare almeno una volta e i vertici sono separati da cammini di costo minimo.
  - Definito $G' = (V', A')$ il grafo completo ausiliario (con $V' = U \cup \{0\}$) dove all'arco $(i, j) \in A'$ è associato il costo c_{ij} pari al costo del cammino minimo da i a j in G, il problema equivale a determinare su G' un *ciclo (hamiltoniano) che visita ciascun vertice esattamente una volta* e lo faccia a minimo costo.
  - Il problema è noto come *traveling salesman problem* asimmetrico (*ATSP*).

Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

3. Trasporto a breve distanza

3.1. Gestione delle attività di raccolta e distribuzione (segue)

- ATSP

- *Parametri*:
  - G' : grafo orientato completo con vertici V'
  - c_{ij}: costo per andare dal vertice i al vertice j su G' percorrendo l'arco $(i, j) \in A'$ (si suppone $c_{ii} = \infty$)

- *Variabili*:
  - x_{ij}: variabile binaria indicante se il vertice j segue immediatamente i nel ciclo hamiltoniano su G'

- La formulazione di *ATSP* è:

(ATSP)

$$\min \quad z = \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V'} c_{ij}\, x_{ij} \tag{a}$$

s.t.

$$\sum_{i \in V'} x_{ij} = 1, \quad \forall\, j \in V' \tag{b}$$

$$\sum_{j \in V'} x_{ij} = 1, \quad \forall\, i \in V' \tag{c}$$

$$x \in X \tag{d}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\},\ \forall\, i, \forall j \in V' \tag{e}$$

Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

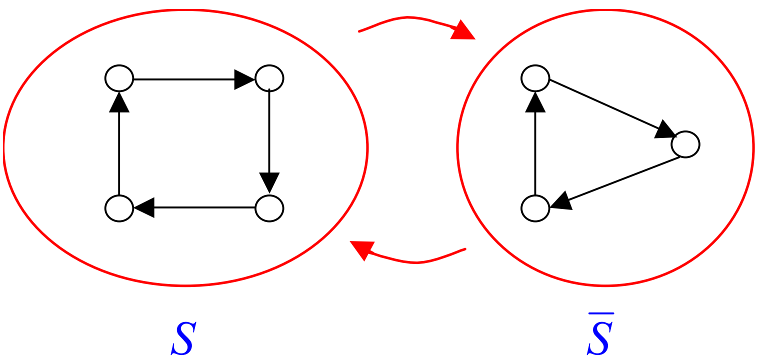
3. Trasporto a breve distanza

3.1. Gestione delle attività di raccolta e distribuzione (segue)

- La funzione obiettivo (a) da minimizzare rappresenta il costo del ciclo hamiltoniano
- (b): per ciascun vertice un solo immediato predecessore
- (c): per ciascun vertice un solo immediato successore
- (d): assicurare la presenza di un solo ciclo

- La formulazione (a), (b), (c), (e) è quella del *problema dell'assegnamento* (*AP*) (*polinomialmente risolvibile*)

- Possibile soluzione di *AP*



- Occorre imporre che nella soluzione del *ATSP* ci sia almeno un arco che mi porta da S e $\bar{S}$, cioè *assicurare* la *connessione* tra S e $\bar{S}$, e viceversa. Pertanto occorre che sia soddisfatto il vincolo

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{ij} \geq 1 \quad \text{e il simmetrico} \quad \sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{ij} \geq 1$$

3. Trasporto a breve distanza

3.1. Gestione delle attività di raccolta e distribuzione (segue)

- In linea di principio, quanto detto va ripetuto per ogni partizione non banale $(S, \bar{S})$ dei vertici di G', ottenendo i seguenti

- *Vincoli di connettività* equivalenti a (d)

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{ij} \geq 1, \quad \forall \varnothing \subset S \subset V' \qquad \text{(d}'\text{)}$$

- Equivalentemente, i vincoli (d) possono essere rappresentati anche dai seguenti

- *Vincoli di eliminazione dei sottocicli*

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall \varnothing \subset S \subset V' \qquad \text{(d}''\text{)}$$

- La presenza dei vincoli (d) rende *ATSP* è *NP-hard*.

Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

3. Trasporto a breve distanza

3.1. Gestione delle attività di raccolta e distribuzione (segue)

- STSP

- Il problema rimane *NP-hard* anche nel caso in cui $c_{ij} = c_{ji}$ (ad esempio nei trasporti su scala regionale) corrispondente al *TSP simmetrico* (*STSP*)

- *Parametri*:
  - $G' = (V', E')$: grafo *non* orientato completo
  - c_e: costo dell'attraversamento dello spigolo $e \in E'$

- *Variabili*:
  - x_e: variabile binaria indicante se lo spigolo $e \in E'$ appartiene al ciclo hamiltoniano su G'

- La formulazione di *STSP* è:

(STSP)

$$\min \quad z = \sum_{e \in E'} c_e x_e \tag{f}$$

s.t.

$$\sum_{e \in \delta(\{i\})} x_e = 2, \quad \forall i \in V' \tag{g}$$

$$x \in X \tag{h}$$

$$x_e \in \{0, 1\}, \forall e \in E' \tag{i}$$

Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

3. Trasporto a breve distanza

3.1. Gestione delle attività di raccolta e distribuzione (segue)

- La funzione obiettivo (f) da minimizzare rappresenta il costo del ciclo hamiltoniano.
- (g): per ciascun vertice esattamente una coppia di spigoli incidenti al vertice appartiene al ciclo.
- (h): assicurare la presenza di un solo ciclo.

- *Vincoli di connettività* equivalenti a (h)

$$\sum_{e \in \delta(S)} x_e \geq 2, \quad \forall\, \varnothing \subset S \subset V' \qquad \text{(h}'\text{)}$$

- Equivalentemente, i vincoli (h) possono essere rappresentati anche dai seguenti

- *Vincoli di eliminazione dei sottocicli*

$$\sum_{e \in E'(S)} x_e \leq |S| - 1, \quad \forall\, \varnothing \subset S \subset V' \qquad \text{(h}''\text{)}$$

dove:

$$\delta(S) = \{e = (i, j) \in E' | i \in S, j \notin S\}$$

$$E(S) = \{e = (i, j) \in E' | i, j \in S\}$$

Problemi di Trasporto nei Sistemi Logistici

3. Trasporto a breve distanza

3.1. Gestione delle attività di raccolta e distribuzione (segue)

- Node routing problem con vincoli operativi
  - Massimo carico utile (capacità) per i veicoli.
  - Rami stradali non percorribili.
  - Massima durata del turno di lavoro
  - Numero di depositi

  - Nel caso di capacità finita q per ciascun veicolo come vincolo operativo, e il servizio sia solo di delivery o di pick-up, il modello corrispondente è il *Capacitated Vehicle Routing Problem* (*CVRP*).

  - Il problema è definito su $G' = (V', A')$ grafo completo ausiliario (con $V' = U \cup \{0\}$, e vertice 0 rappresentante il deposito), dove all'arco $(i, j) \in A'$ è associato il costo c_{ij} pari al costo del cammino minimo da i a j in G.

  - Il problema consiste nel costruire al più m rotte (per al più m veicoli) di costo totale minimo, in modo da servire (visitare) ciascun cliente (vertice) $i \in V' \backslash \{0\}$ esattamente una volta rispettando il vincolo di capacità dei veicoli.

3. Trasporto a breve distanza

3.1. Gestione delle attività di raccolta e distribuzione (segue)

- CVRP

- *Parametri*:
  - G' : grafo orientato completo con vertici V'
  - c_{ij}: costo per andare dal vertice i al vertice j su G' percorrendo l'arco $(i, j) \in A'$ (si suppone $c_{ii} = \infty$)
  - m: massimo numero di veicoli
  - q: capacità (in peso o volume) di ciascun veicolo
  - p_i: peso (volume) domanda del cliente in $i \in V'$ ($p_0 = 0$)

  - $\alpha(S)$: minimo numero di veicoli necessari a servire i clienti in $S \subseteq V' \setminus \{0\}$

$$\alpha(S) = \left\lceil \frac{\sum_{i \in S} p_i}{q} \right\rceil$$

- *Variabili*:
  - x_{ij}: variabile binaria indicante se il vertice j segue immediatamente i in una rotta su G'

3. Trasporto a breve distanza

3.1. Gestione delle attività di raccolta e distribuzione (segue)

- La formulazione di *CVRP* è:

(CVRP)

$$\min \quad z = \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V'} c_{ij}\, x_{ij} \qquad \text{(j)}$$

s.t.

$$\sum_{i \in V'} x_{ij} = 1, \quad \forall\, j \in V' \setminus \{0\} \qquad \text{(k)}$$

$$\sum_{i \in V'} x_{i0} \leq m \qquad \text{(l)}$$

$$\sum_{j \in V'} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in V' \setminus \{0\} \qquad \text{(m)}$$

$$\sum_{j \in V'} x_{0j} - \sum_{i \in V'} x_{i0} = 0 \qquad \text{(n)}$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{ij} \geq \alpha(S), \quad \forall\, \emptyset \subset S \subseteq V' \setminus \{0\} \qquad \text{(o)}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i, \forall j \in V' \qquad \text{(p)}$$

- (k): per ciascun vertice un solo immediato predecessore
- (l) e (n): al più m veicoli possono essere utilizzati
- (m): per ciascun vertice un solo immediato successore
- (o): vincolo di capacità e connettività

- Essendo *ATSP* un caso particolare di *CVRP*, ne segue che *CVRP* è *NP-hard*.