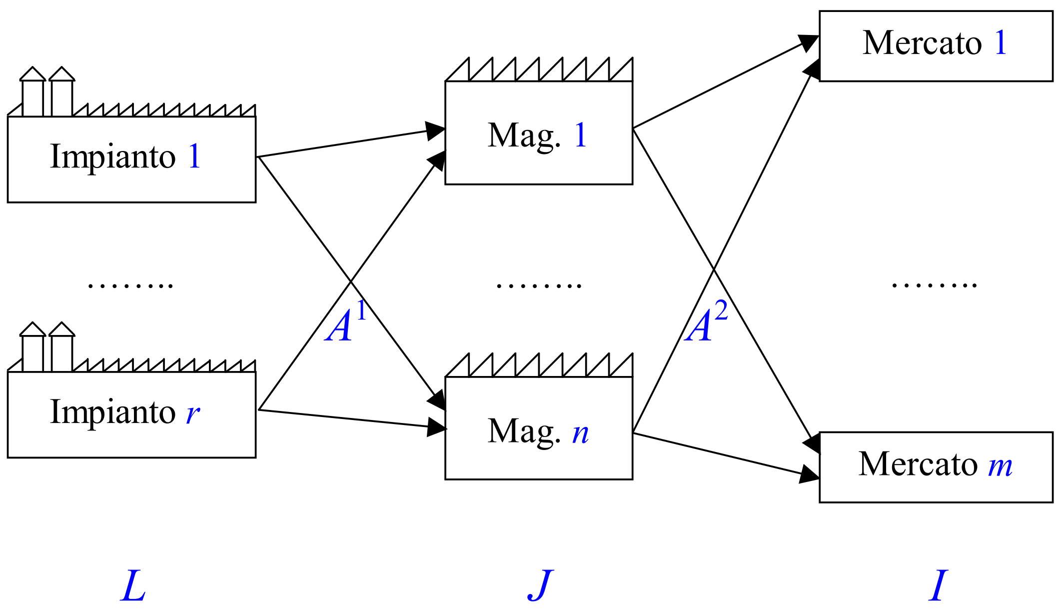
Progettazione di Reti di Distribuzione

7. Modelli singolo-periodo, singolo-prodotto e multi-livello

- Ci riferiamo ad una rete logistica per mezzo della quale una compagnia distribuisce i suoi prodotti (di un solo tipo)

- Supporremo che la rete sia formata da *impianti*, *magazzini* (utilizzati per rifornire clienti) e clienti (*mercati*)

- La *rete logistica* (a *due livelli*) può essere schematizzata con un *grafo tri-partito orientato* $G = (L \cup J \cup I,\ A^1 \cup A^2)$



- Ciò che vogliamo tenere sotto controllo e valutare è il *costo complessivo* legato alla *distribuzione* e alle politiche logistiche adottate (politica d'inventario, modalità di trasporto, ecc.)

Progettazione di Reti di Distribuzione

7. Modelli singolo-periodo, singolo-prodotto e multi-livello (continua)

- In particolare, si vuole riprogettare la rete logistica distributiva, cioè decidere *dove e quanti magazzini aprire e quali chiudere*.

  - *vincoli*
    - *capacità produttive degli impianti*
    - *capacità dei magazzini*
    - *domanda dei mercati*

  - *obiettivi*
    - *minimizzare il costo totale*
      - *produzione*
      - *trasporto inbound*
      - *gestione magazzini*
      - *trasporto outbound*

- Il problema di progettazione della rete logistica è noto come *Single-Period Multi-Sourcing Problem* (*SPMSP*)

Progettazione di Reti di Distribuzione

7. Modelli singolo-periodo, singolo-prodotto e multi-livello (continua)

- In riferimento ai possibili aspetti modellistici le *ipotesi* che faremo sono le seguenti:

  - Orizzonte di pianificazione: *singolo-periodo*

  - Omogeneità dei flussi dei beni: *singolo-prodotto*

  - Tipologia dei nodi logistici (da localizz.): *singolo-tipo*
    magazzini

  - Livelli della rete logistica: *multi-livello*
    impianti $\rightarrow$magazzini $\rightarrow$ mercati

  - Frazionabilità della domanda: *multi-sourcing*

  - Modalità di trasporto: *a pieno carico (TL)*
    collegamenti diretti tra i nodi logistici

Progettazione di Reti di Distribuzione

7. Modelli singolo-periodo, singolo-prodotto e multi-livello (continua)

- Siano:

Insiemi

- L insieme di r impianti produttivi
- J insieme di $n = n' + n''$ (potenziali) magazzini:
  i primi n' sono già aperti (e possono esser chiusi);
  i secondi n'' sono possibili siti da aprire
- I insieme di m mercati

Parametri

- b_l capacità produttiva dell'impianto l
- Q_j capacità del magazzino j
- d_i domanda del mercato i
- a_{lj} costo di trasporto (inbound) unitario dall'impianto l al magazzino j
- t_{ji} costo di trasporto (outbound) unitario dal magazzino j al mercato i
- q_j costo di immagazzinamento unitario del magazzino j (incluso movimentazione)
- $c_{ji} = d_i (q_j + t_{ji})$ costo di immagazzinamento e trasporto per rifornire il mercato i attraverso il magazzino j
- f_j costo fisso di gestione del magazzino j

Progettazione di Reti di Distribuzione

7. Modelli singolo-periodo, singolo-prodotto e multi-livello (continua)

Variabili

- w_{lj} *quantità di prodotto trasportata* dall'*impianto* l al *magazzino* j
- y_{ji} *frazione di allocazione* domanda del *mercato* i al *magazzino* j
- x_j *variabile decisionale di attivazione magazzino* j;

- *SPMSP* può essere così formulato:

(SPMSP)

$$\min \underbrace{\sum_{l=1}^{r}\sum_{j=1}^{n} a_{lj}w_{lj}}_{\text{costi di trasporto inbound}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} c_{ji}y_{ji}}_{\text{costi di immagazz. e trasporto outbound}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{n'} f_j(x_j-1) + \sum_{j=n'+1}^{n'+n''} f_j x_j}_{\text{costi fissi dei magazzini}}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{n} w_{lj} \le b_l, \quad \forall l \in \{1,\dots,r\}$$ vincoli di capacità produttiva impianti

$$\sum_{l=1}^{r} w_{lj} \le Q_j x_j, \quad \forall j \in \{1,\dots,n\}$$ vincoli di capacità dei magazzini

$$\sum_{i=1}^{m} d_i y_{ji} = \sum_{l=1}^{r} w_{lj}, \quad \forall j \in \{1,\dots,n\}$$ vincoli di bilanciamento outflow/inflow

$$\sum_{j=1}^{n} y_{ji} = 1, \quad \forall i \in \{1,\dots,m\}$$ vincoli di soddisfaci-mento della domanda

$$w_{lj} \ge 0, \forall l \in L, \forall j \in J; \quad y_{ji} \ge 0, \forall j \in J, \forall i \in I; \quad x_j \in \{0,1\}, \forall j \in J$$

Progettazione di Reti di Distribuzione

7. Modelli singolo-periodo, singolo-prodotto e multi-livello (continua)

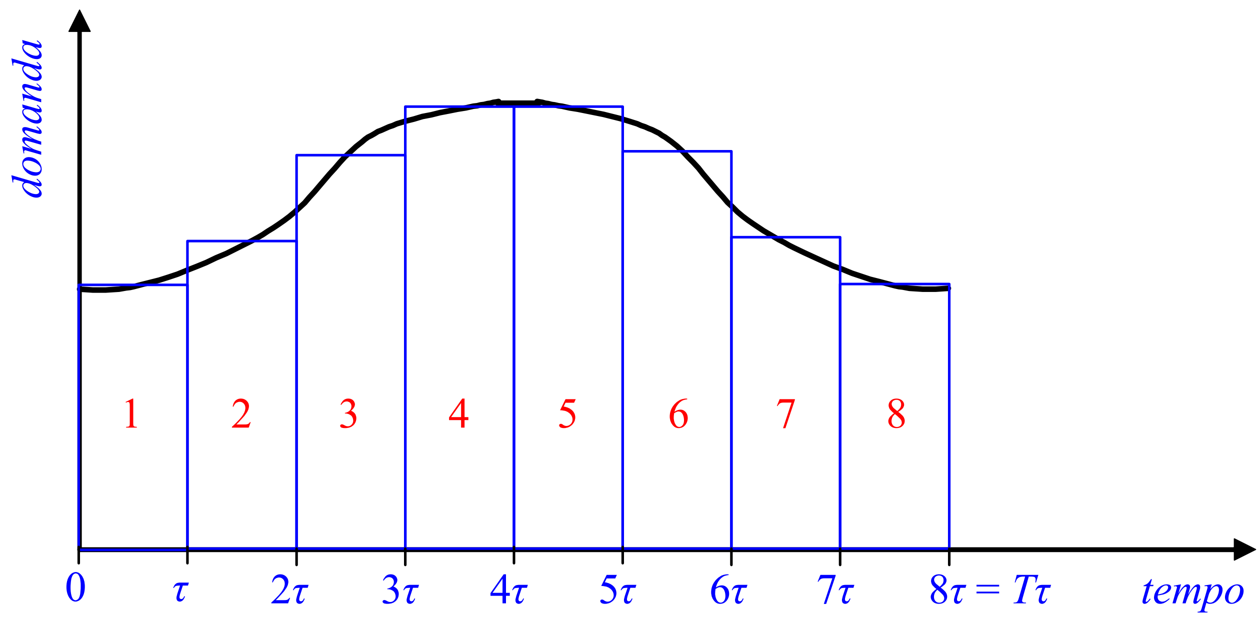
- Casi particolari di interesse:

  - $b_l \geq \sum_{i=1}^{m} d_i, \quad \forall l \in \{1,\dots,r\}$;
  - $a_{lj} = \overline{a}_l, \quad \forall j \in \{1,\dots,n\}$;
  - $a_{lj} = \hat{a}_j, \quad \forall l \in \{1,\dots,r\}$;
  - $a_{lj} = \tilde{a}\ , \quad \forall l \in \{1,\dots,r\}, \forall j \in \{1,\dots,n\}$;
  - $Q_j \geq \sum_{i=1}^{m} d_i, \quad \forall j \in \{1,\dots,n\}$;
  - $c_{ji} = \overline{c}_j, \quad \forall i \in \{1,\dots,m\}$;
  - $c_{ji} = \hat{c}_i, \quad \forall j \in \{1,\dots,n\}$;
  - $c_{ji} = \tilde{c}\ , \quad \forall j \in \{1,\dots,n\}, \forall i \in \{1,\dots,m\}$;
  - e loro combinazioni.

Progettazione di Reti di Distribuzione

8. Modelli multi-periodo, singolo-prodotto e multi-livello

- Estendiamo il modello al caso di orizzonte di pianificazione *multi-periodo*
- L'orizzonte temporale è suddiviso in T *periodi* (di *durata* τ)
- La *motivazione* di tali modelli deriva dal fatto che spesso in un ampio orizzonte temporale la *domanda non è costante* e assume spesso il seguente andamento



- Nei modelli *multi-periodo* occorre aggiungere l'indice $t = 1, \ldots, T$ e considerare le decisioni all'inizio di ogni periodo

Progettazione di Reti di Distribuzione

8. Modelli multi-periodo, singolo-prodotto e multi-livello

(continua)

Occorre:

- introdurre le *variabili* I_j^t (livelli d'inventario per periodo), e i *parametri* $\bar{I}_j^t$ (valori max d'inventario per periodo) e h_j^t (costi unitari d'inventario per periodo)
- aggiungere il costo totale d'inventario alla funzione obiettivo e modificare i vincoli per tener conto dei livelli di inventario nel bilanciamento dei flussi di beni

- Si ottiene la formulazione del *Multi-Period Multi-Sourcing Problem* (*MPMSP*)

(MPMSP)

$$\min \quad \underbrace{\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=1}^{r}\sum_{j=1}^{n} a_{lj}^t w_{lj}^t}_{\text{costi di trasporto inbound}} + \underbrace{\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} c_{ji}^t y_{ji}^t}_{\text{costi di immagazz. e trasporto outbound}} + \underbrace{\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{n} h_j^t I_j^t}_{\text{costi di inventario}} + \underbrace{\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{n} f_j^t x_j^t - \sum_{j=1}^{n'} f_j^0}_{\text{costi fissi dei magazzini}}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{n} w_{lj}^t \le \bar{b}_l^t, \quad \forall l \in L, \forall t \in \{1,\ldots,T\} \qquad \text{vincoli di capacità produttiva impianti}$$

$$I_j^{t-1} + \sum_{l=1}^{r} w_{lj}^t \le Q_j^t x_j^t, \quad \forall j \in J, \forall t \in \{1,\ldots,T\} \qquad \text{vincoli di capacità dei magazzini}$$

$$I_j^t + \sum_{i=1}^{m} d_i^t y_{ji}^t = I_j^{t-1} + \sum_{l=1}^{r} w_{lj}^t, \quad \forall j \in J, \forall t \in \{1,\ldots,T\} \qquad \text{vincoli di bilanciam. outflow/inflow}$$

$$I_j^t \le \bar{I}_j^t, \quad \forall j \in I, \forall t \in \{1,\ldots,T\} \qquad \text{vincoli di massimo livello di inventario}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_{ji}^t = 1, \quad \forall i \in I, \forall t \in \{1,\ldots,T\} \qquad \text{vincoli di soddisfacimento della domanda}$$

$$w_{lj}^t \ge 0, \forall l \in L; \quad y_{ji}^t \ge 0, \forall i \in I; \quad x_j^t \in \{0,1\} \quad \forall j \in J, \forall t \in \{1,\ldots,T\}$$

$$I_j^t \ge 0, \quad \forall j \in J, \forall t \in \{1,\ldots,T\}; \quad I_j^0 = \bar{I}_j^0, \quad \forall j \in J$$

Progettazione di Reti di Distribuzione

8. Modelli multi-periodo, singolo-prodotto e multi-livello (continua)

Possibili estensioni

- *Capacità distributiva limitata superiormente*

$$\sum_{i=1}^{m} d_i^t y_{ji}^t \leq \bar{r}_j^t, \quad \forall\, j \in J, \forall\, t \in \{1,\ldots,T\}$$

dove si può supporre

$$\bar{r}_j^t = \begin{matrix}\text{dimensione mag. } j \\ \text{nel periodo } t\end{matrix} \times \begin{matrix}\text{freq. spedizioni} \\ \text{nel periodo } t\end{matrix}$$

- *Capacità distributiva limitata inferiormente*

Ad esempio, nel caso di prodotti deperibili perché non possono essere immagazzinati per troppo tempo. In particolare, se questo è inferiore a τ allora occorre garantire che:

$$\sum_{i=1}^{m} d_i^t y_{ji}^t \geq \underline{r}_j^t, \quad \forall\, j \in J, \forall\, t \in \{1,\ldots,T\}$$

dove si può supporre

$$\underline{r}_j^t = \begin{matrix}\text{dimensione mag. } j \\ \text{nel periodo } t\end{matrix} \bigg/ \begin{matrix}\text{tempo di vita} \\ \text{del prodotto}\end{matrix}$$

Se il tempo di deperimento è superiore a τ occorrerà limitare opportunamente il massimo livello d'inventario in funzione della domanda.

Progettazione di Reti di Distribuzione

8. Modelli multi-periodo, singolo-prodotto e multi-livello (continua)

- *Minimo livello produttivo degli impianti*

$$\sum_{j=1}^{n} w_{lj}^t \geq \underline{b}_l^t, \quad \forall\, l \in L, \forall\, t \in \{1,\ldots,T\}$$

- *Minimo livello inventario nei magazzini*

$$I_j^t \geq \underline{I}_j^t, \quad \forall\, j \in I, \forall\, t \in \{1,\ldots,T\}$$

- *Cross-docking*

$$\bar{I}_j^t = 0, \quad \forall\, j \in I, \forall\, t \in \{1,\ldots,T\}$$

- *Single-source assignment*

  Ogni mercato può essere rifornito (allocato) esattamente da un solo magazzino (ad esempio per motivi contrattuali)

  La variabile di allocazione y^t_{ji} è binaria: $y^t_{ji} \in \{0, 1\}$

- *Cambiamenti di allocazione limitati nel tempo*

  Ogni cambiamento presuppone un costo fisso θ_{ji} dovuto alla operazione di rescissione o stipula di contratto di rifornitura magazzino j vs. mercato i

  Il costo totale dovuto alle operazioni di 'switching'

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}\theta_{ji}\sum_{t=2}^{T}\left|y_{ji}^t - y_{ji}^{t-1}\right|$$

  va aggiunto all'espressione del costo totale

Progettazione di Reti di Distribuzione

8. Modelli multi-periodo, singolo-prodotto e multi-livello (continua)

- *Cambiamenti di allocazione limitati nel tempo* (segue)
  Volendo linearizzare l'espressione del costo di switching, introduciamo:

  i) *variabili binarie* di *rescissione* ε^t_{ji} e di *stipula* σ^t_{ji}

  ii) *costi* di *rescissione* e_{ji} e di *stipula* s_{ji}

  Il costo di switching risulta pari a:

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} e_{ji}\sum_{t=2}^{T}\varepsilon^t_{ji} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} s_{ji}\sum_{t=2}^{T}\sigma^t_{ji}$$

  con i seguenti vincoli da aggiungere a (MPMSP):

$$\begin{aligned} y^{t-1}_{ji} - y^t_{ji} &\le \varepsilon^t_{ji}, && \forall j \in J, \forall i \in I, \forall t \in \{2,\ldots,T\} \\ y^t_{ji} - y^{t-1}_{ji} &\le \sigma^t_{ji}, && \forall j \in J, \forall i \in I, \forall t \in \{2,\ldots,T\} \\ \varepsilon^t_{ji}, \sigma^t_{ji} &\in \{0,1\} && \forall j \in J, \forall i \in I, \forall t \in \{2,\ldots,T\} \end{aligned}$$

  Ad esempio, lo switching all'inizio del periodo t del mercato i dal magazzino j a quello j' è caratterizzato da

$$y^{t-1}_{ji} = 1,\ y^t_{ji} = 0; \quad y^{t-1}_{j'i} = 0,\ y^t_{j'i} = 1 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon^t_{ji} = 1; \quad \sigma^t_{j'i} = 1$$

  al quale è associato il costo $e^t_{ji} + s^t_{j'i}$