Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante

- Gli approvvigionamenti sono periodici e l'obiettivo è minimizzare il costo medio nel periodo.

- *Parametri*:
  - d: tasso di domanda
  - r: tasso di reintegro
  - L: tempo di riordino (*lead time*)
  - c: costo unitario di reintegro
  - k: costo fisso di reintegro (emissione ordine)
  - p: tasso di interesse nell'unità di tempo
  - h: costo di stoccaggio per unità di prodotto e unità di tempo. $h = p\,c$
  - u: costo di ammanco (*backlog*) per unità di prodotto indipendente dalla durata di ammanco (*shortage*)
  - v: costo di ammanco per unità di prodotto e unità di tempo

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- *Variabili*:
  - q: quantità di prodotto ordinata in ogni periodo di riordino.
  - σ: massimo livello di ammanco (*stock-out*) consentito
- Ne segue che:
  - $T = q/d$: durata del periodo di riordino
  - $T_r = q/r$: tempo di reintegro (alimentazione)
- Nel caso di lead time L non nullo, occorre anche calcolare:
  - s: *punto di riordino* $s = L\,d - \sigma$

  Il *punto di riordino* s corrisponde alla minima quantità di scorte (in magazzino + in transito) necessaria per soddisfare la domanda durante il lead time diminuita dell'eventuale ammanco consentito.

  Nel caso in cui $L > T$ la relativa quota minima di scorte di solo magazzino è pari a $s' = L'\,d - \sigma$, dove $L' = L - T\lfloor L/T \rfloor$.
- Un nuovo ordine viene effettuato nell'istante (di riordino) in cui il livello delle scorte di magazzino, detto *livello di inventario*, è pari ad s', ovvero il livello di scorte totale (in magazzino + in transito) detto *posizione di inventario*, è pari a s. N.B.: $s = s' + (T\lfloor L/T \rfloor)\,d$.

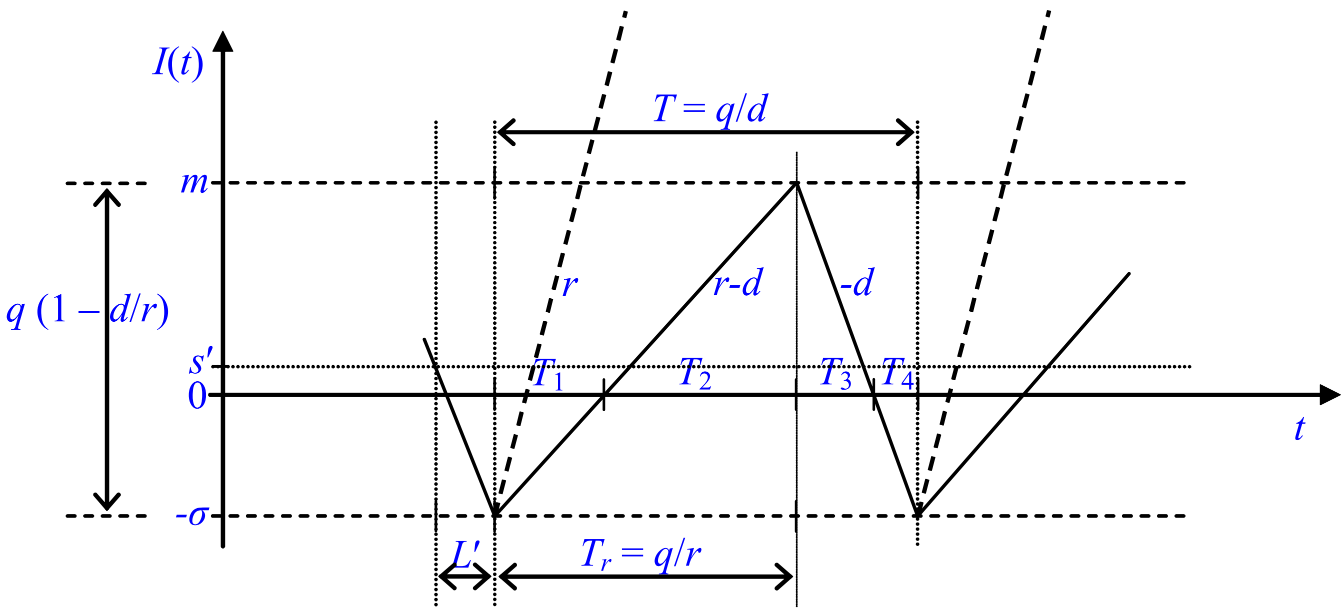
2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- Esaminiamo due modalità di alimentazione:
  (a) *continua;* (b) *a lotti*

Alimentazione continua

- Tipico delle società petrolchimiche, o imprese che richiedono un rifornimento continuo di materie prime
- Sia $I(t)$ il livello di inventario (*inventory level*) all'istante t



- La domanda è costante con tasso di prelievo d, durante il periodo T.
- L'alimentazione avviene costantemente con tasso di reintegro r, durante il periodo di reintegro $T_r = T_1+T_2$. Al termine del reintegro il livello di inventario raggiunge quota massima m.

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- Chiaramente, $T_r < T$ altrimenti non si può far fronte alla domanda del periodo T. Ne segue che: $r > d$.
- Pertanto, in $T_3 + T_4$ si ha solo domanda.
- In generale la fornitura inizia dopo un tempo di riordino (lead time) L.
- Da cui si deriva il punto di riordino s' sul livello d'inventario.
- Il massimo livello di inventario è:

$$m = (r - d)\, T_r - \sigma = (1 - d/r)\, r\, T_r - \sigma = (1 - d/r)\, q - \sigma$$

- Il *costo medio totale di gestione delle scorte nell'unità di tempo* è:

$$\mu(q, \sigma) = (\underbrace{k + c\, q}_{1)} + \underbrace{h\, \bar{I}\, T}_{2)} + \underbrace{u\, \sigma + v\, \bar{S}\, T}_{3)})/T$$

1) *costo* (fisso + variabile) di *approvvig.* (nel periodo T)

2) *costo* (variabile) di *stoccaggio* (nel periodo T)

3) *costo* (fisso + variabile) di *ammanco* (nel periodo T)

dove: $\bar{I}$ è il *livello medio di inventario*

$\bar{S}$ è il *livello medio di ammanco* (*stock-out*)

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- In particolare,

$$\bar{I} = \frac{1}{T}\int_0^T \max\{0; I(t)\}dt = \frac{1}{T}\frac{m(T_2 + T_3)}{2}$$

$$\bar{S} = \frac{1}{T}\int_0^T \max\{0; -I(t)\}dt = \frac{1}{T}\frac{\sigma(T_1 + T_4)}{2}$$

- Relazioni nei periodi T_1, T_2, T_3, T_4

$\sigma = (r - d)\ T_1$; $m = (r - d)\ T_2$; $m = d\ T_3$; $\sigma = d\ T_4$

da cui:

$T_1 = \sigma/(r - d)$; $T_2 = m/(r - d)$; $T_3 = m/d$; $T_4 = \sigma/d$

- Sostituendo queste espressioni si ottiene:

$$\bar{I} = \frac{d}{q}\frac{m}{2}m\left(\frac{1}{r-d} + \frac{1}{d}\right) = \frac{dm^2}{2q}\frac{r}{(r-d)d} = \frac{m^2}{2q}\frac{1}{(1-d/r)} =$$
$$= \frac{[q(1-d/r) - \sigma]^2}{2q(1-d/r)}$$

$$\bar{S} = \frac{d}{q}\frac{\sigma}{2}\left(\frac{\sigma}{r-d} + \frac{\sigma}{d}\right) = \frac{d\sigma^2}{2q}\frac{r}{(r-d)d} = \frac{\sigma^2}{2q(1-d/r)}$$

- Sostituendo tali espressioni in quella di $\mu(q, \sigma)$ si ha:

$$\mu(q,\sigma) = \frac{kd}{q} + cd + \frac{h[q(1-d/r) - \sigma]^2}{2q(1-d/r)} + \frac{u\sigma d}{q} + \frac{v\sigma^2}{2q(1-d/r)}$$

Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- Il punto di minimo (q^*, σ^*) della funzione (convessa) $\mu(q, \sigma)$ si ottiene imponendo

$$\frac{\partial \mu(q,\sigma)}{\partial q}\bigg|_{q=q^*} = 0$$

$$\frac{\partial \mu(q,\sigma)}{\partial \sigma}\bigg|_{\sigma=\sigma^*} = 0$$

da cui si ricava:

$$\boxed{q^* = \sqrt{\frac{h+v}{v}}\sqrt{\frac{2kd}{h(1-d/r)} - \frac{(ud)^2}{h(h+v)}} \qquad \sigma^* = \frac{(hq^* - ud)(1-d/r)}{h+v}}$$

e il periodo ottimo di riordino è:

$$\boxed{T^* = \frac{q^*}{d}}$$

- Nell'ipotesi di stazionarietà, le considerazioni fatte per un periodo possono essere estese a tutti i periodi.

2. Politiche di gestione delle scorte

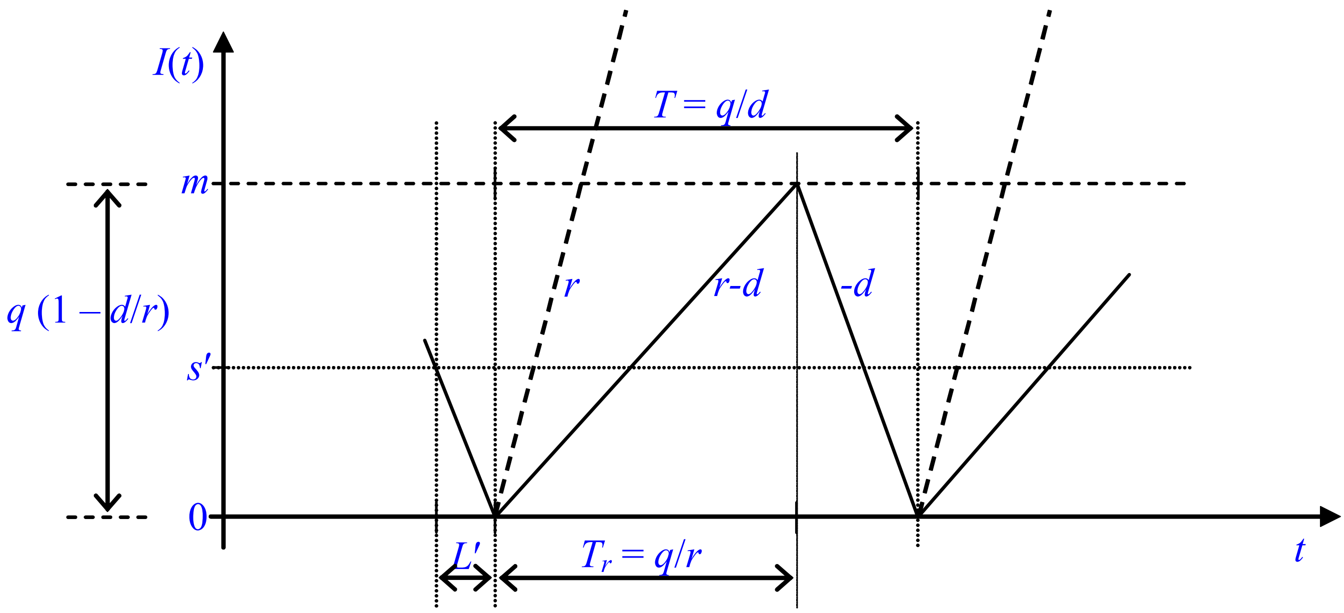
2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- Possono esserci dei vincoli sul massimo livello di ammanco del tipo $\sigma \leq \bar{\sigma}$.

- Se *non è consentito ammanco*, (il che equivale a supporre $u \rightarrow \infty$) si ha che $\sigma = 0$, e l'espressione di *costo medio totale nell'unità di tempo* diviene:

$$\mu(q) = \mu(q,0) = \frac{kd}{q} + cd + \frac{hq(1-d/r)}{2}$$

- L'andamento del livello di inventario è:



Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- In questo caso, il punto di minimo q^* della funzione (convessa) $\mu(q)$ si ottiene imponendo

$$\frac{\mathrm{d}\mu(q)}{\mathrm{d}q}\Big|_{q=q^*} = 0$$

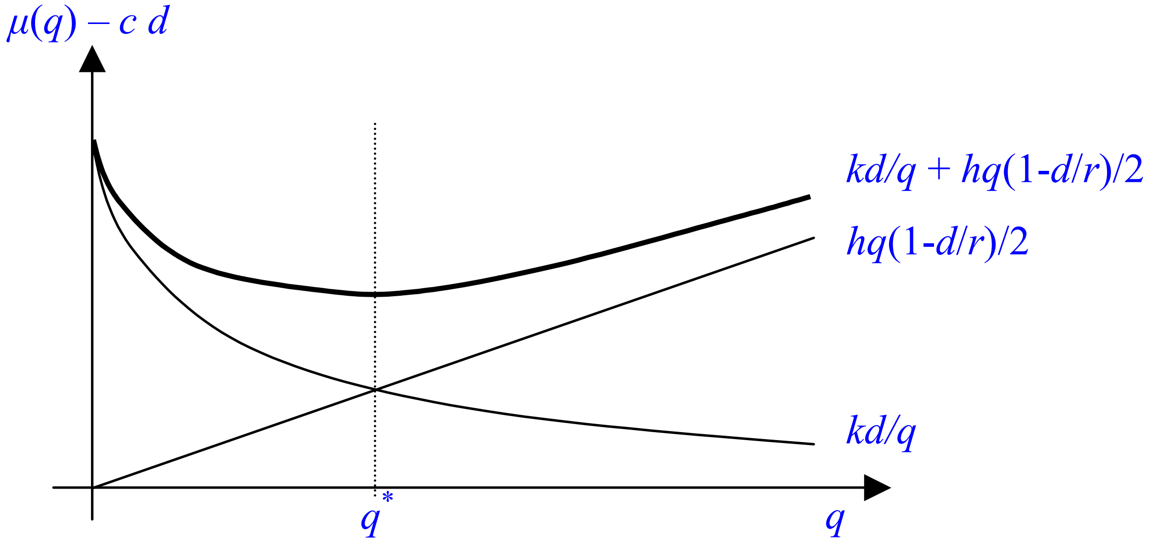
cioè

$$-\frac{kd}{(q^*)^2} + \frac{h(1-d/r)}{2} = 0$$

da cui si ricava:

$$\boxed{q^* = \sqrt{\frac{2kd}{h(1-d/r)}}}$$

- Questo valore si giustifica considerando i costi fissi di approvvigionamento e i costi di stoccaggio nell'unità di tempo.

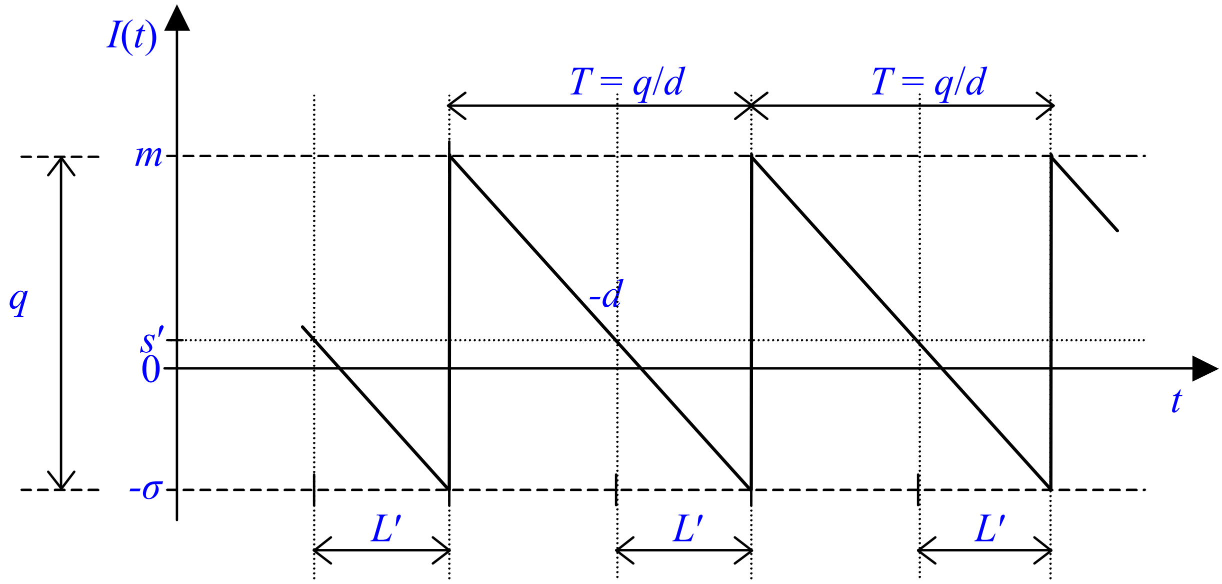


2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

Alimentazione a lotti

- Modalità di approvvigionamento più diffusa;
- Alimentazione (rifornimento) in un'unica soluzione;
- Supponiamo pertanto $r = \infty$.



- L'espressione di *costo medio totale nell'unità di tempo* diviene:

$$\mu(q,\sigma) = \frac{kd}{q} + cd + \frac{h[q-\sigma]^2}{2q} + \frac{u\sigma d}{q} + \frac{v\sigma^2}{2q}$$

- Azzerando le derivate parziali si ottiene:

$$\boxed{q^* = \sqrt{\frac{h+v}{v}}\sqrt{\frac{2kd}{h} - \frac{(ud)^2}{h(h+v)}} \qquad \sigma^* = \frac{(hq^* - ud)}{h+v}}$$

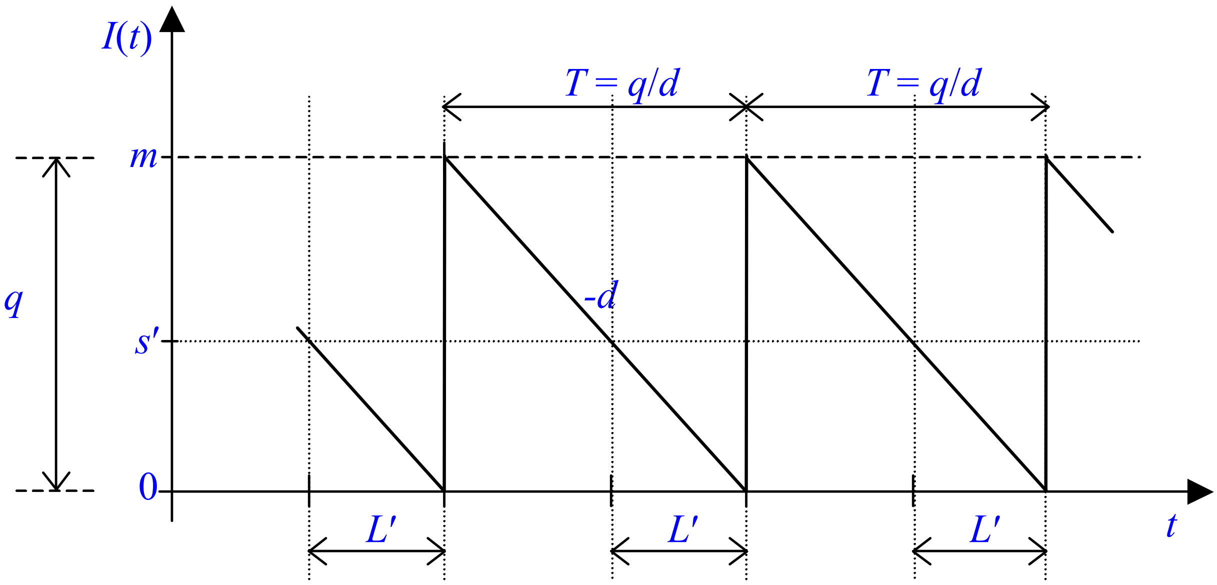
2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- Infine, nel caso in cui *non* è *ammesso ammanco*, $\sigma = 0$, (modello di Wilson) si ha:

$$\mu(q) = \mu(q,0) = \frac{kd}{q} + cd + \frac{hq}{2}$$

- L'andamento del livello d'inventario è:



- Imponendo $\frac{\mathrm{d}\mu(q)}{\mathrm{d}q}\Big|_{q=q^*} = 0$ da cui $-\frac{kd}{(q^*)^2} + \frac{h}{2} = 0$

  si ricava:

$$\boxed{q^* = \sqrt{\frac{2kd}{h}}}$$

  corrispondente al cosiddetto *lotto economico* (*Economic Order Quantity* – *EOQ*).

- Da q^* si ottiene il periodo ottimo di riordino $T^* = q^*/d$.

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- Considerando un orizzonte temporale T_{tot} (ad es. un anno) in cui la domanda complessiva è $Q_{tot} = d\, T_{tot}$

- Il *livello medio* (*ottimale*) delle *scorte* è:

$$\bar{I}^* = \frac{q^*}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2kd}{h}} = \sqrt{\frac{kQ_{tot}}{2hT_{tot}}} = K_1 \sqrt{Q_{tot}}$$

e *cresce con la rad. quadrata* della *domanda annuale*.

- Analogo andamento si ha per il valor (medio) dei beni stoccati in magazzino

$$\bar{V}^* = c\,\bar{I}^* = c\sqrt{\frac{kQ_{tot}}{2pcT_{tot}}} = \sqrt{\frac{c\,k\,Q_{tot}}{2pT_{tot}}} = K_2 \sqrt{Q_{tot}}\ .$$

- Per quel che riguarda il costo ottimo totale annuo C^*_{tot} si ha

$$C^*_{tot} = \mu(q^*)T_{tot} = \left(\frac{kd}{q^*} + cd + \frac{hq^*}{2}\right)T_{tot} = \left(\frac{k}{q^*} + c + \frac{hq^*}{2d}\right)Q_{tot} =$$

$$= \left(c + \sqrt{\frac{2hk}{d}}\right)Q_{tot}\ .$$

Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

Esempio 1

- La Golden Food distribuisce prodotti alimentari in scatola. Minimizzare i costi medi di approvvigion. + scorte con il vincolo di assenza di shortage ($\sigma = 0$).

Input:

$d = 400$ bancali/mese

$c = 2500$ €/bancale

$p = 14{,}5$ %/anno

$\rightarrow h = p\,c = 0{,}145 \cdot 2500 = 362$ €/anno banc. $= 30{,}17$ €/mese bancale

$k = 30$ €

$r = 40$ bancali/giorno $= 20 \cdot 40 = 800$ bancali/mese

Output:

$$q^* = \sqrt{\frac{2kd}{h(1-d/r)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 400}{30{,}17\,(1-400/800)}} = 39{,}9 \cong 40 \text{ bancali}$$

$$T^* = \frac{q^*}{d} = \frac{40}{400} = 0{,}1 \text{ mesi} = 2 \text{ gg. lavorativi}$$

$$T_r^* = \frac{q^*}{r} = \frac{40}{40} = 1 \text{ giorno lavorativo}$$

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

Esempio 2

- La Paips Motors realizza parti di ricambio per imbarcazioni a motore. Occorre valutare quantità e cicli di produzione ottimali del componente X44BL. Non è consentita la presenza di ammanchi ($\sigma = 0$) e l'alimentazione è a lotti.

Input:

$d = 220$ unità/anno $k = 800$ €

$c = 1200$ €/unità

$p = 18$ %/anno

$h = p\,c = 0{,}18 \cdot 1200 = 216$ €/anno unità

Output:

$$q^* = \sqrt{\frac{2kd}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 800 \cdot 220}{216}} = 40{,}37 \cong 40 \text{ unità}$$

$$T^* = \frac{q^*}{d} = \frac{40}{220} = 0{,}181 \text{ anni} = 66{,}4 \text{ giorni}$$

Costo medio annuo di gestione magazzino (fisso d'ordine + stoccaggio):

$$\mu(q^*) - c\,d = k\,d/q^* + h\,q/2 = 800 \cdot 220/40 + 216 \cdot 40/2 = 8720{,}00 \text{ €/anno}$$

Rapporto costo gestione magazzino su costo merce acquistata:

$$(\mu(q^*) - c\,d)/\,c\,d = 8720{,}00/264000\ (\times 100) = 3{,}3\ \%.$$

Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

<u>Robustezza delle politiche di gestione scorte</u>

- Le politiche analizzate forniscono risultati difficilmente attuabili nella pratica:
- Se ad esempio la frequenza ottimale di riordino è 8,345 approvv./anno, di regola se ne effettuano 8 o 9
- Analogamente, se il lotto economico è 13,5 bancali, è prassi comune approssimare il valore alla capacità degli autocarri per il trasporto (es. 12 o 14 bancali).
- Qual è l'errore commesso? Quanto aumenta il costo di gestione dell'inventario se non si sceglie esattamente il lotto economico (o il periodo ottimo) ma un valore ad esso approssimato?
- Nel modello EOQ errori in eccesso del 100% rispetto al lotto economico comportano un aumento massimo del 25% del costo di gestione dell'inventario.
- Analogamente, l'arrotondamento del periodo di riordino ad una potenza di 2 più prossima (power-of-two policy) induce un aumento massimo del costo di gestione del 6% circa.

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- Consideriamo il costo medio di gestione magazzino (fisso d'ordine + stoccaggio) per unità di tempo

$$\mu(q) - c\,d = \frac{k\,d}{q} + \frac{h\,q}{2}$$

- Per $q = q^* = \sqrt{\dfrac{2kd}{h}}$ si ha: $\mu(q^*) - c\,d = \sqrt{2kdh}$

- Per $q = 2q^*$ si ha: $\mu(2q^*) - c\,d = \dfrac{5}{4}\sqrt{2kdh}$

- Per cui il rapporto tra i costi medi è:

$$\frac{\mu(2q^*) - c\,d}{\mu(q^*) - c\,d} = 1{,}25$$

- Pertanto, in base all'andamento di $\mu(q)$, si ha:
  $\mu(q) - c\,d \le 1{,}25\ [\mu(q^*) - c\,d]$ per $q \in [q^*, 2q^*]$

- Supponendo $q = b\,q^*$ si ha:

b	0,5	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,5	2
% incremento costo medio gest. magazz.	25%	2,5%	0,5%	0	0,4%	1,6%	8,0%	25%

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- Valutiamo l'efficienza della politica basata sul lotto economico (EOQ), usando come indicatori:

Inventory Turnover Ratio – *ITR*

$$ITR = \frac{\text{uscite dal magazzino in un certo periodo (anno)}}{\text{livello medio delle scorte in magazzino nello stesso periodo}}$$

$$ITR = \frac{d\,T_{tot}}{\bar{I}} = \frac{d\,T_{tot}}{\frac{1}{2}q^*} = \frac{d\,T_{tot}}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2kd}{h}}} = T_{tot}\sqrt{\frac{2hd}{k}}$$

Nell' *Esempio 2* si ha: $ITR = 1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 216 \cdot 220}{800}} = 10{,}9$

Turnover Ratio – *TR*

$$TR = \frac{\text{valore delle vendite in un certo periodo (anno)}}{\text{investimento medio nelle scorte nel medesimo periodo}}$$

$$TR = \frac{c\,d\,T_{tot}}{h\,\bar{I}\,T_{tot}} = \frac{c\,d\,T_{tot}}{h\frac{1}{2}q^*T_{tot}} = \frac{c\,d\,T_{tot}}{h\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2kd}{h}}T_{tot}} = \frac{c\,d}{\sqrt{\frac{h\,k\,d}{2}}} = c\sqrt{\frac{2d}{h\,k}}$$

Nell' *Esempio 2* si ha: $TR = 1200 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 220}{800 \cdot 216}} = 60{,}5$.

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

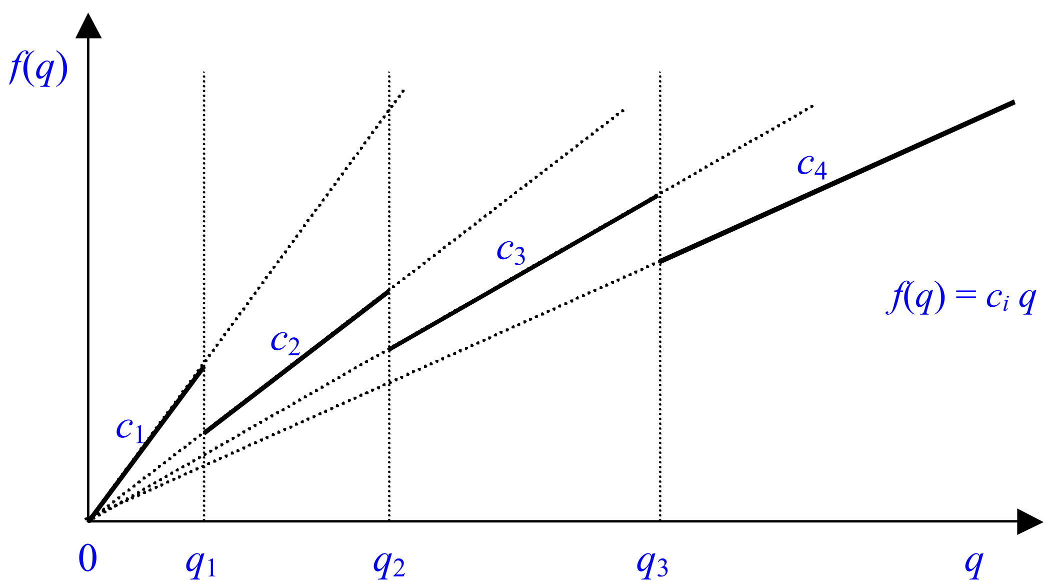
Sconti di quantità

- Supponiamo che la quota variabile $f(q)$ del costo di approvvigionamento non sia proporzionale alla quantità q di prodotto ordinata, ma tenga conto di sconti di quantità.

- Pertanto il *costo unitario* di *approvvigionamento non* è *costante*. In particoalre, esaminiamo due casi:

  1° caso: *Sconti su tutta la quantità*
  2° caso: *Sconti incrementali*

1° caso: *Sconti su tutta la quantità*



$f(q) = c_i\, q \qquad q_{i-1} \le q < q_i$

con $c_i > c_{i+1}$

Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- Supponiamo di essere nelle condizioni di validità del modello EOQ

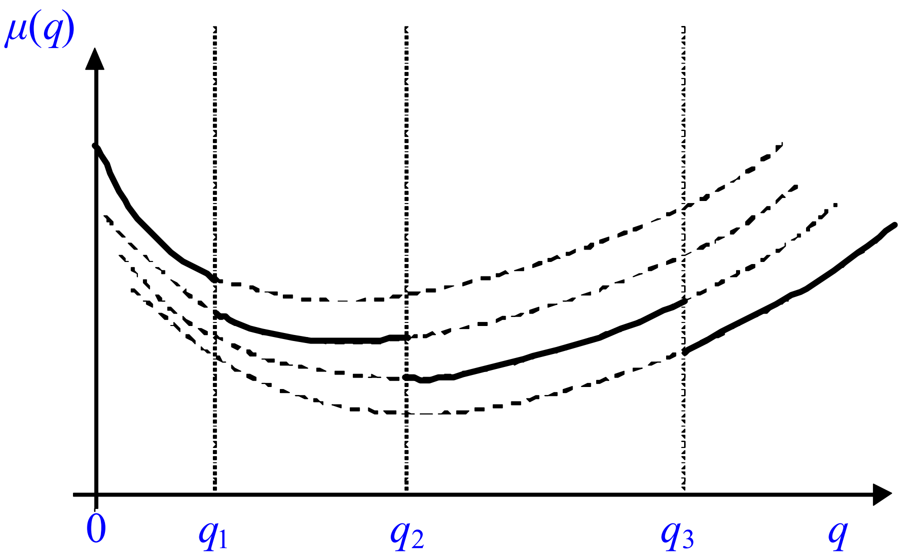
$$\mu(q) = \mu_i(q) \qquad \text{per } q_{i-1} \leq q < q_i\,, \quad i = 1, 2, \ldots$$

dove in generale $\mu(q) = k\, d/q + (f(q)/q)\, d + p\, (f(q)/q)\, q/2$;
e quindi nel caso che stiamo considerando:

$$\mu_i(q) = k\, d/q + c_i\, d + h_i\, q/2 \qquad \text{con } h_i = p\, c_i,$$

visto che per la fascia di prezzo i si ha $f(q)/q = c_i$.

- $\mu(q)$ assume il seguente andamento:



Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- Il lotto economico q^* si determina in questo modo:

Passo 1: Sia $q_i' = \sqrt{\dfrac{2kd}{h_i}}$ ottenuto da $\dfrac{\mathrm{d}\mu_i(q)}{\mathrm{d}q}\Big|_{q=q_i'} = 0$

e $$q_i^* = \begin{cases} q_{i-1} & \text{se } q_i' < q_{i-1} \\ q_i' & \text{se } q_{i-1} \le q_i' < q_i \\ q_i & \text{se } q_i \le q_i' \end{cases}$$ per $i = 1, 2, \ldots$

Passo 2: Sia $q^* = q^*_{i^*}$ dove $i^* = \text{argmin}_i \{\mu_i(q^*_i)\}$

- *Esempio*: $d = 3000$ scatole di penne l'anno; $p = 30\%$ anno;
  $k = 50€$

$$c = \begin{cases} 3 \text{ €/scatola} & \text{se } q < 500 \text{ scatole} \\ 1\% \text{ sconto} & \text{se } 500 \le q < 2000 \text{ scat.} \\ 1{,}5\% \text{ sconto} & \text{se } 2000 \le q \end{cases}$$

$$q_1' = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 3000}{0{,}3 \cdot 3}} = 577{,}35, \quad q_2' = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 3000}{0{,}3 \cdot 2{,}97}} = 580{,}26,$$

$$q_3' = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 3000}{0{,}3 \cdot 2{,}955}} = 581{,}73$$

$q^*_1 = 500$ | $q^*_2 = 580{,}26$ | $q^*_3 = 2000$

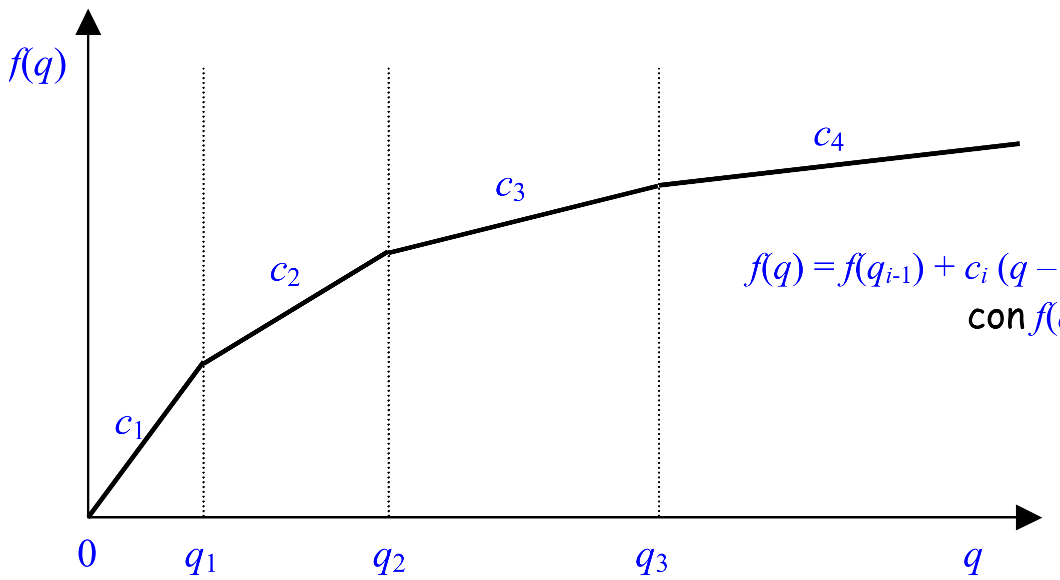
$\mu(q^*_1) = 9525{,}00$ | $\mu(q^*_2) = 9427{,}01$ | $\mu(q^*_3) = 9826{,}50$

$q^* = 580 \approx q^*_2$ scatole, $\mu(q^*) = 9427{,}01$ €/anno.

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

2° caso: Sconti incrementali



$f(q) = f(q_{i-1}) + c_i\,(q - q_{i-1}) \quad q_{i-1} \le q < q_i$
con $f(q_0) = 0$ e $c_i > c_{i+1}$

- Supponiamo di essere nelle condizioni di validità del modello EOQ

$$\mu(q) = \mu_i(q) \qquad \text{per } q_{i-1} \le q < q_i\,, \quad i = 1, 2, \ldots$$

dove $\mu(q) = k\,d/q + (f(q)/q)\,d + p\,(f(q)/q)\,q/2$;
pertanto in questo caso si ha:

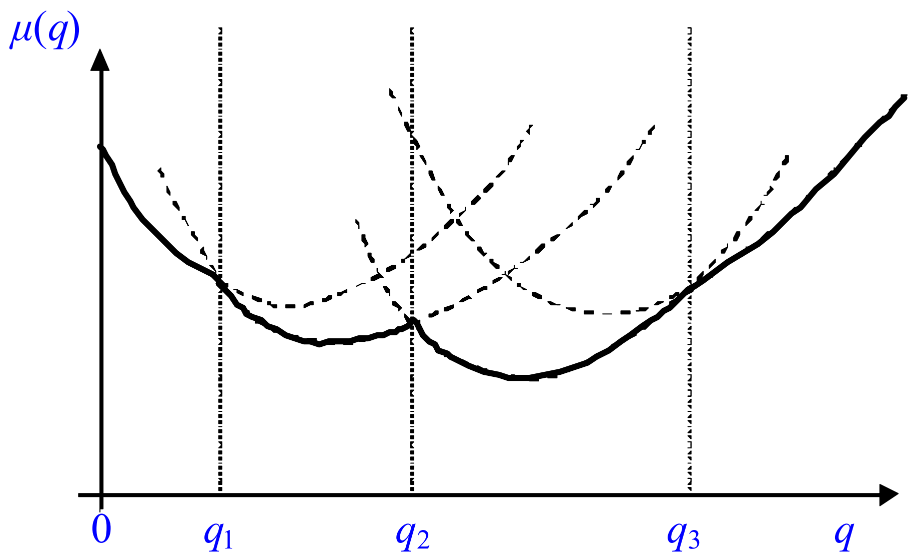
$$\mu_i(q) = \frac{k\,d}{q} + \frac{f(q_{i-1}) + c_i(q - q_{i-1})}{q}\,d + p\,\frac{f(q_{i-1}) + c_i(q - q_{i-1})}{q}\,\frac{q}{2} =$$

$$= \frac{d}{q}\left[k + f(q_{i-1}) + c_i(q - q_{i-1})\right] + \frac{p}{2}\left[f(q_{i-1}) + c_i(q - q_{i-1})\right], \quad i=1,2, \ldots$$

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- $\mu(q)$ assume il seguente andamento:



- Il lotto economico q^* si determina in questo modo:

Passo 1: Sia $q_i^* = \sqrt{\dfrac{2d\,[k + f(q_{i-1}) - c_i\, q_{i-1}]}{p\, c_i}}$ $\quad i = 1, 2, \ldots$,

ottenuto imponendo $\dfrac{\mathrm{d}\mu_i(q)}{\mathrm{d}q}\Big|_{q=q_i^*} = 0$.

Se $q^*_i \notin [q_{i-1}, q_i)$, poni $\mu_i(q^*_i) = \infty$
(in quanto come appare dalla figura il quantitativo ottimo non è mai pari alla quantità di cambiamento fascia di prezzo)

Passo 2: Sia $q^* = q^*_{i^*}$ dove $i^* = \mathrm{argmin}_i\ \{\mu_i(q^*_i)\}$.

Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.1. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- Esempio: $d = 3000$ scatole di penne l'anno; p=30% anno;

$k = 50€$

$$c = \begin{cases} 3\ \text{€/scatola} & \text{se } q < 500 \text{ scatole} \\ 1\%\ \text{sconto} & \text{se } 500 \leq q < 2000 \text{ scat.} \\ 1{,}5\%\ \text{sconto} & \text{se } 2000 \leq q \end{cases}$$

$f(q) = f(q_{i\text{-}1}) + c_i\,(q - q_{i\text{-}1})$,

$$\mu_i(q) = \frac{d}{q}\left[k + f(q_{i-1}) + c_i(q - q_{i-1})\right] + \frac{p}{2}\left[f(q_{i-1}) + c_i(q - q_{i-1})\right],\ i=1,2,3.$$

$q_1^* = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 3000 \cdot 50}{0{,}3 \cdot 3}} = 577{,}35$ scatole, (soluzione da <u>scartare</u> perché $q^*_1 > 500$)

$q_2^* = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 3000\,[50 + (3 \cdot 500) - (2{,}97 \cdot 500)]}{0{,}3 \cdot 2{,}97}} = 661{,}60$ scat.,

$\mu(q_2^*) = 9501{,}73$ €/anno

$q_3^* = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 3000\,[50 + (3 \cdot 500 + 2{,}97 \cdot 1500) - (2{,}955 \cdot 2000)]}{0{,}3 \cdot 2{,}955}} = 801{,}86$,

(<u>scartare</u> $q^*_3 < 2000$)

$q^* = 662 \approx q^*_2$ scatole, $\mu(q^*) = 9501{,}73$ €/anno.

Gestione dell'Inventario

2. *Politiche di gestione delle scorte*

2.2. Modelli punti multipli, singolo prodotto, domanda deterministica costante

- Si considerino n nodi logistici identici operanti in parallelo.

- Questo si verifica quando, ad esempio, è necessario considerare diversi punti di stoccaggio dello stesso tipo (ad esempio centri di distribuzione regionali) per garantire un adeguato livello di servizio ai clienti.

- Tuttavia, questo comporta un aumento dei costi fissi e variabili rispetto al caso centralizzato.

- In particolare, diversamente da quanto ci si potrebbe aspettare, la *quantità media di scorte* (e conseguentemente i costi di magazzino) non è la stessa del caso centralizzato, ma *cresce con la radice quadrata del numero dei magazzini*.

Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.2. Modelli punti multipli, singolo prodotto, domanda deterministica costante (segue)

- Si supponga di essere nelle condizioni di validità dell'EOQ.

- Sia $\bar{I}^{(1)} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2kd}{h}}$ il livello medio delle scorte del magazzino centralizzato.

- Supponiamo che la stessa domanda venga soddisfatta con n magazzini (identici a quello centralizzato).

- In tal caso il livello medio delle scorte, dato dalla somma dei livelli medi in ogni magazzino è
$$\bar{I}^{(n)} = n\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2k(d/n)}{h}} = \bar{I}^{(1)}\sqrt{n}.$$

- *Esempio*: La rete logistica di un'azienda distributrice di pneumatici comprende al momento 12 magazzini che servono approssimativamente la stessa domanda. L'azienda vuole sapere quanti magazzini (n') tener attivi per ridurre del 30% il livello medio totale delle scorte.

  - Si vuole che $\bar{I}^{(n')} / \bar{I}^{(12)} = 0,7$.
  - E' noto che $\bar{I}^{(12)} = \bar{I}^{(1)}\sqrt{12}$ e $\bar{I}^{(n')} = \bar{I}^{(1)}\sqrt{n'}$.
  - Pertanto $\bar{I}^{(n')} / \bar{I}^{(12)} = \sqrt{n'}/\sqrt{12} = 0,7$ da cui $n' = 5,88 \approx 6$.