Gestione dell'Inventario

2. *Politiche di gestione delle scorte*

2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria)

- Si supponga di non conoscere con certezza il tasso di domanda, né il tempo di riordino (lead time).

- In questo caso le decisioni:

  - *Quanto ordinare*
  - *Quando ordinare*

  devono tener conto della condizione di incertezza.

- Le *principali politiche decisionali* sono:

  1. *Fixed order quantity – punto di riordino costante (variable period)*
  2. *Fixed period – periodo di riordino costante (variable order quantity)*
  3. *Politica* (s, S)
  4. *Metodo dei due contenitori*

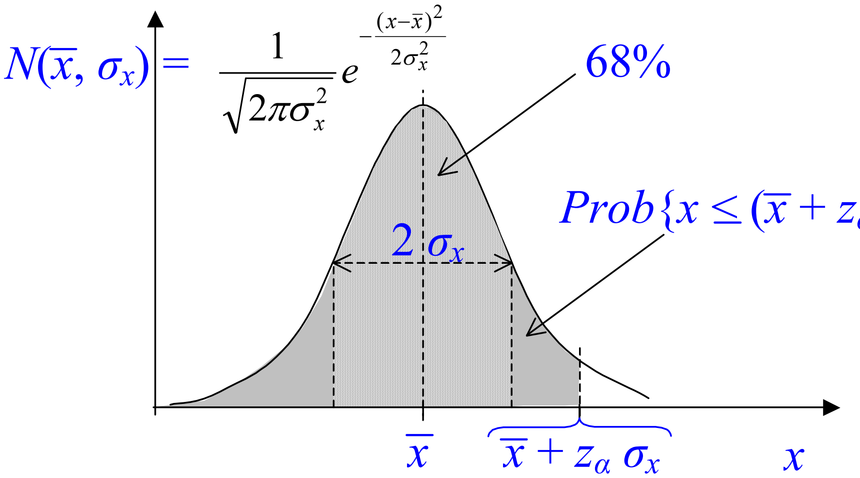
- Le prime tre fanno uso di stime (previsioni) delle grandezze aleatorie, la quarta invece è molto più semplice ed è usata per i prodotti meno importanti.

2. Politiche di gestione delle scorte

2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

Ipotesi preliminari e parametri comuni

- Il *tasso di domanda* d è una grandezza *stocastica* la cui distribuzione di probabilità è una Normale $N(\overline{d}, \sigma_d)$ con *valor medio* (*atteso*) $\overline{d}$ e *deviazione standard* σ_d *costanti* nel tempo.



- Il *tempo di riordino* (*lead time*) L è *costante* oppure *aleatorio* con distribuzione di probabilità Normale $N(\overline{L}, \sigma_L)$ di *valor medio* (*atteso*) $\overline{L}$ e *deviazione standard* σ_L *costanti* nel tempo.
- Le grandezze d e L sono statisticamente indipendenti
- Per semplicità, ma senza perdita di generalità, supponiamo che il valor atteso del lead time sia non superiore al valor medio del periodo di riordino.
- L'alimentazione è a lotti.

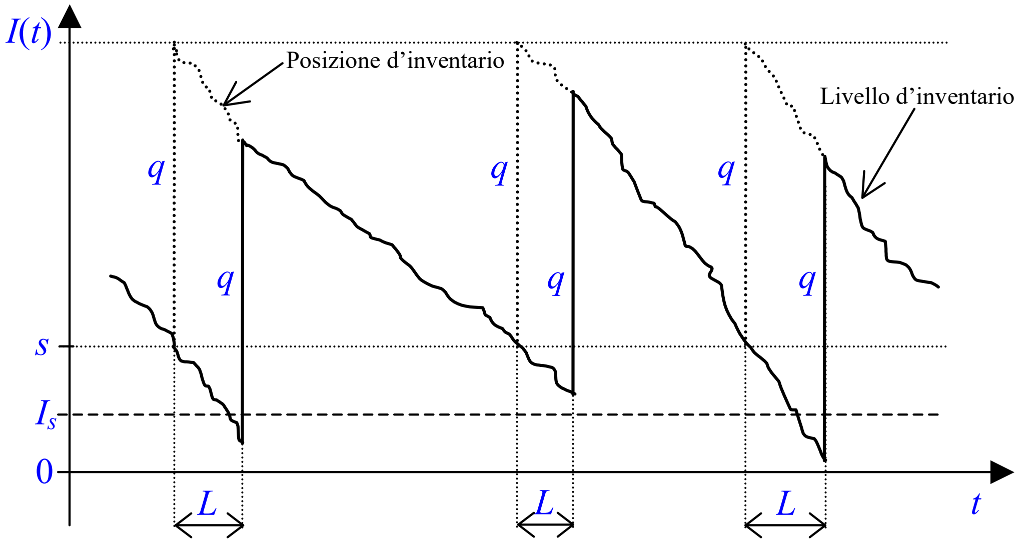
Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

1. *Fixed order quantity – punto di riordino costante (variable period)*

- *Si ordina una quantità fissa* di beni q (es. EOQ) ogni volta che la posizione d'inventario (scorte in magazzino + in transito) scende sotto un *prefissato valore* s (*punto di riordino*). Il *periodo varia* a causa della aleatorietà del tasso di domanda d e del lead time L.
- Il *punto di riordino (reorder point)* s corrisponde alla minima quantità di scorte (in magazzino + in transito) necessaria per soddisfare (con una certa probabilità α) la domanda durante il lead time L. Si ha $s = \bar{d}\,\bar{L} + I_s$, dove I_s è la *scorta di sicurezza* (*safety stock*) per poter soddisfare con probabilità $\alpha \geq 0{,}5$ la domanda totale durante il lead time L a causa della aleatorietà di d e di L. Se $\alpha = 0{,}5$ si ha $I_s = 0$.



2. Politiche di gestione delle scorte

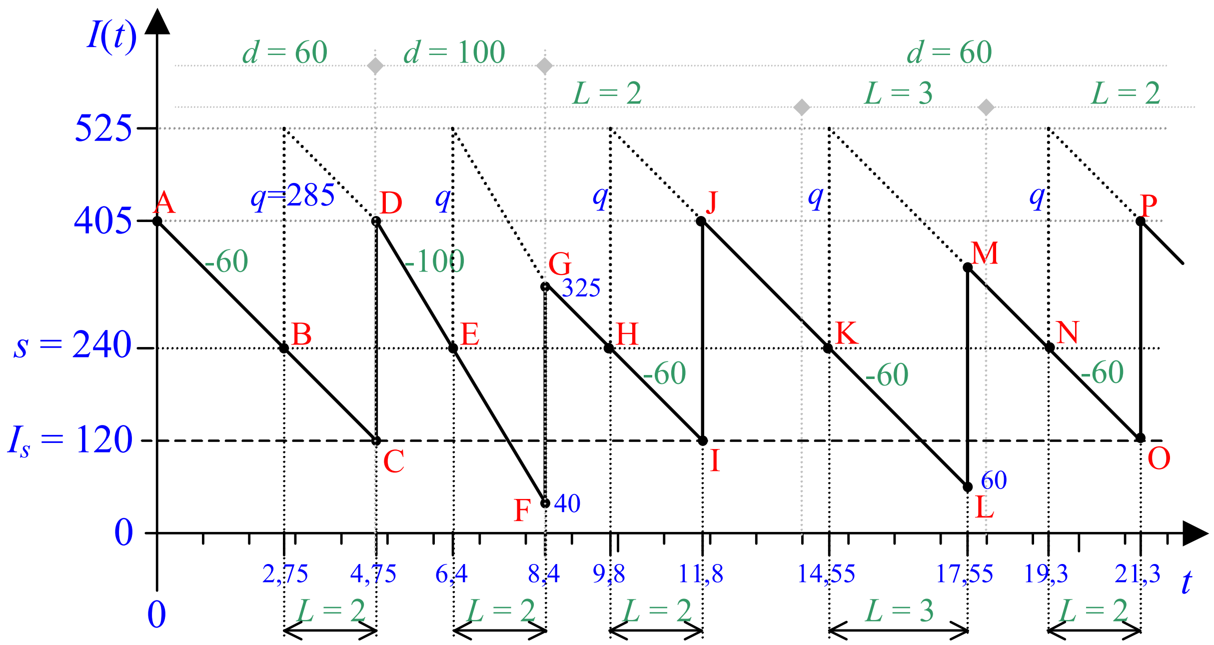
2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

- *Esempio 1.*
  - Rivenditore vende tostatrici al prezzo $c = 100$ €/unità
  - Domanda media annua stimata $\bar{d} = 60$ unità/settimana
  - Costo fisso ordine $k = 326$ €
  - Lead time (supposto costante) $L = 2$ settimane
  - Costo di stoccaggio annuo per tostatrice, pari al 25% del valore di una tostatrice, $h = 0{,}25\ c = 25$ €/unità anno
  - E' fissato un livello di scorte di sicurezza $I_s = 120$ unità
- Applicando la politica *fixed order quantity* e in base al *modello EOQ* si ha che la quantità (fissa) da ordinare è

$$q = \sqrt{\frac{2k\bar{d}}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 326 \cdot 60}{25/52}} \approx 285 \text{ unità,}$$

ogni qual volta la posizione d'inventario scende sotto il punto di riordino $s = \bar{d}\,L + I_s = 60 \cdot 2 + 120 = 240$ unità.

Si supponga che per $t = 0$ posiz. d'inv = liv. d'inv = 405



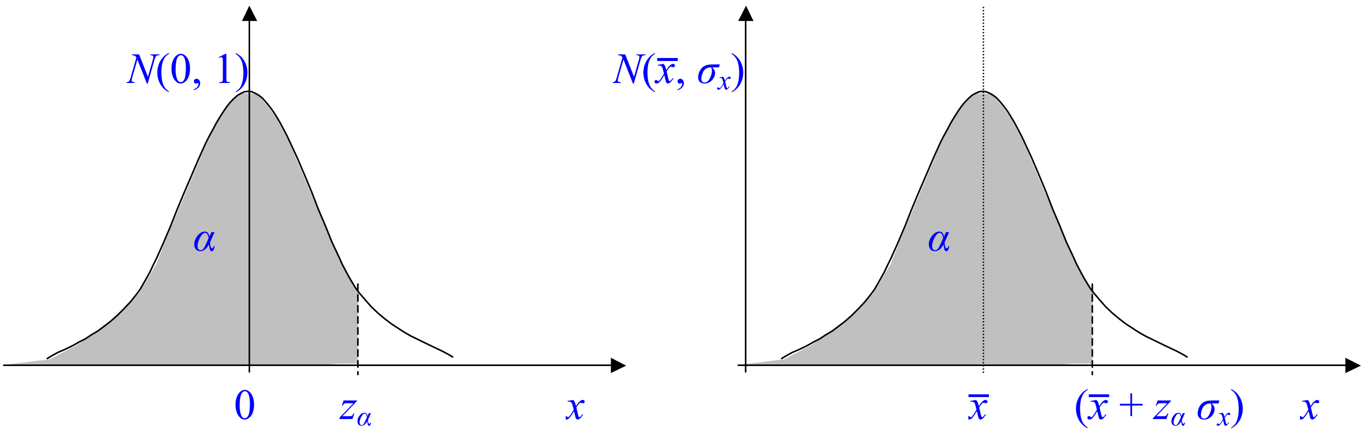
Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

- Come detto, la *scorta di sicurezza* I_s è fissata in modo tale che, con probabilità $\alpha \geq 0{,}5$, non si generi ammanco durante il lead time L.

- Sia z_α il *percentile* relativo alla distribuzione *normale standard* $N(0, 1)$ in modo che $Prob\{z \leq z_\alpha\} = \alpha$



$Prob\{z \leq z_\alpha\} = \alpha$ $\quad z = (x - \bar{x})/\sigma_x \quad$ $Prob\{x \leq \bar{x} + z_\alpha \sigma_x\} = \alpha$

- Ad esempio: $z_\alpha = 2$ per $\alpha = 0{,}9772$; $z_\alpha = 3$ per $\alpha = 0{,}9987$.

Livello di servizio vs. z										
Serv. Level %	91,0	92,0	93,0	94,0	95,0	96,0	97,0	98,0	99,0	99,9
z	1,34	1,41	1,48	1,56	1,65	1,75	1,88	2,05	2,33	3,08

- Se L è costante $I_s = z_\alpha \sigma_d \sqrt{L}$ e $s = \bar{d}\,L + I_s$

- Se L è aleatorio $I_s = z_\alpha \sqrt{\sigma_d^2\,\bar{L} + \sigma_L^2\,\bar{d}^2}$ e $s = \bar{d}\,\bar{L} + I_s$

2. Politiche di gestione delle scorte

2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

- *Esempio 2*.
- La Bureau è una rivendita di articoli per ufficio. Il responsabile della gestione magazzino decide di applicare la politica *fixed order quantity* per il toner per fotocopiatrici AT3, volendo assicurare un livello di servizio del 97,72% ($z_\alpha = 2$).

Input:

$\bar{d} = 45$ unità/mese; $\sigma_d = 5$

$L = 1$ mese; $k = 30$ €

$c = 4$ €/unità

$p = 20$ %/anno

$h = p\,c = 0{,}20 \cdot 4 = 0{,}8$ €/anno unità

Output:

$$q = \sqrt{\frac{2k\bar{d}}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 45}{0{,}8/12}} = 200{,}74 \cong 201 \text{ unità}$$

$$I_s = z_\alpha \sigma_d \sqrt{L} = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{1} = 10 \text{ unità}$$

$$s = \bar{d}\,L + I_s = 45 \cdot 1 + 10 = 55 \text{ unità}$$

$$\mu(q) = k\,\bar{d}/q + c\,\bar{d} + h\,(q/2 + I_s) = 6{,}72 + 180 + 7{,}39 = 194{,}11 \text{ €/mese}$$

$$ITR(\text{annuale}) = 12\,\bar{d}/(q/2 + I_s) = 4{,}89$$

Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

2. Fixed period – periodo di riordino costante (variable order quantity)

- *Gli ordini vengono effettuati con cadenza fissa* (*periodo costante* T, calcolato ad es. con EOQ) e per una *quantità variabile* (a causa della aleatorietà del tasso di domanda d e del lead time L) sufficiente a riportare la posizione di inventario al livello S (*order-up-to-level*) tale da soddisfare con probabilità α la domanda totale che si presenta fino all'arrivo della merce del successivo ordine.
- Ad ogni istante t_i, viene emesso un ordine di reintegro di dimensione q_i, pari alla differenza tra l'*order-up-to level* S e la posizione d'inventario $I'(t_i)$.
- L'*order-up-to level* S corrisponde alla quantità di scorte (in magazzino + in transito) necessaria per soddisfare (con una certa probabilità α) la domanda durante il periodo $(L + T)$. Si ha:

$$S = \bar{d}\,(\bar{L} + T) + I_s$$

dove I_s è la *scorta di sicurezza* (*safety stock*) per far fronte a picchi di domanda e soddisfare la domanda con probabilità $\alpha \geq 0{,}5$. Se $\alpha = 0{,}5$ allora $I_s = 0$

Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

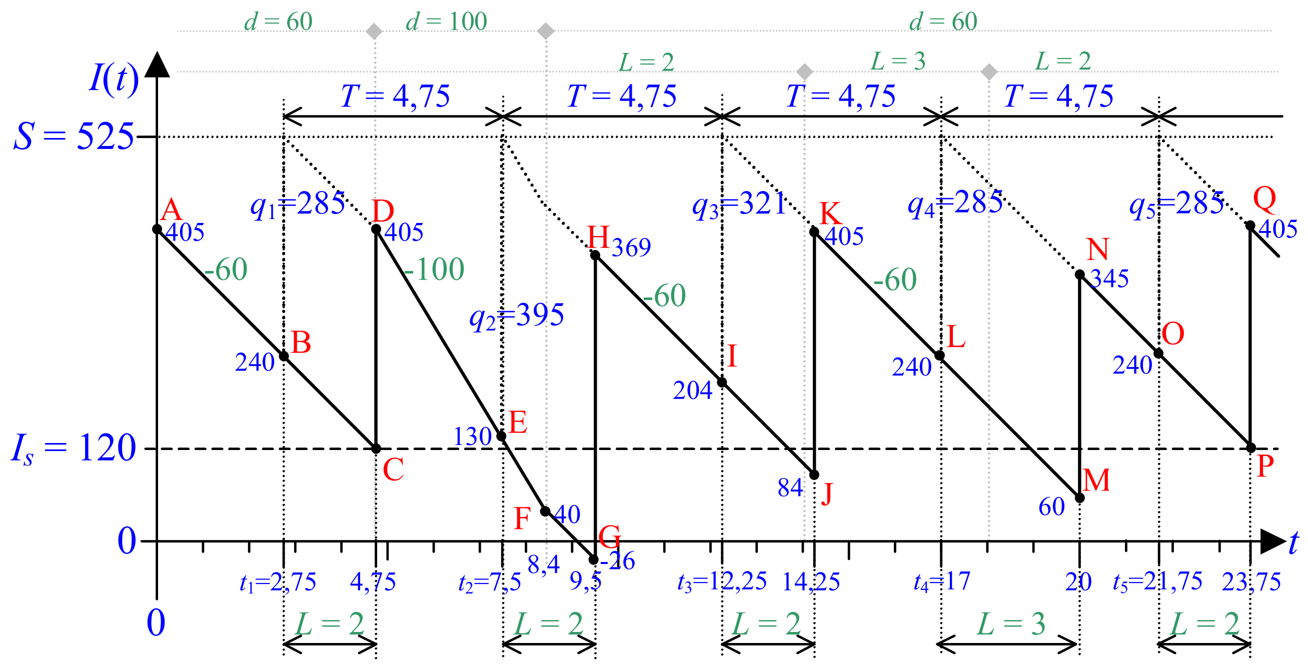
2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

- *Esempio 3*.
  - Rivenditore vende tostatrici al prezzo $c = 100$ €/unità
  - Domanda media annua stimata $\bar{d} = 60$ unità/settimana
  - Costo fisso ordine $k = 326$ €
  - Lead time (supposto costante) $L = 2$ settimane
  - Costo di stoccaggio annuo per tostatrice, pari al 25% del valore di una tostatrice, $h = 0{,}25\ c = 25$ €/unità anno
  - E' fissato un livello di scorte di sicurezza $I_s = 120$ unità
- Applicando la politica *fixed period* e in base al *modello EOQ* si ha che la il periodo (fisso) tra un ordine e il successivo è

$$T = \sqrt{\frac{2k}{h\bar{d}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 326}{(25/52) \cdot 60}} \approx 4{,}75 \text{ settimane}$$

La quant. ordinata è quella che ripristina la posiz. inventario all'*order-up-to level* $S = \bar{d}\,(L + T) + I_s = 60 \cdot (2 + 4{,}75) + 120 = 525$.

Si supponga $I(t{=}0) = 405$, e che il primo ordine si effettui a $t_1 = 2{,}75$ sett.



2. Politiche di gestione delle scorte

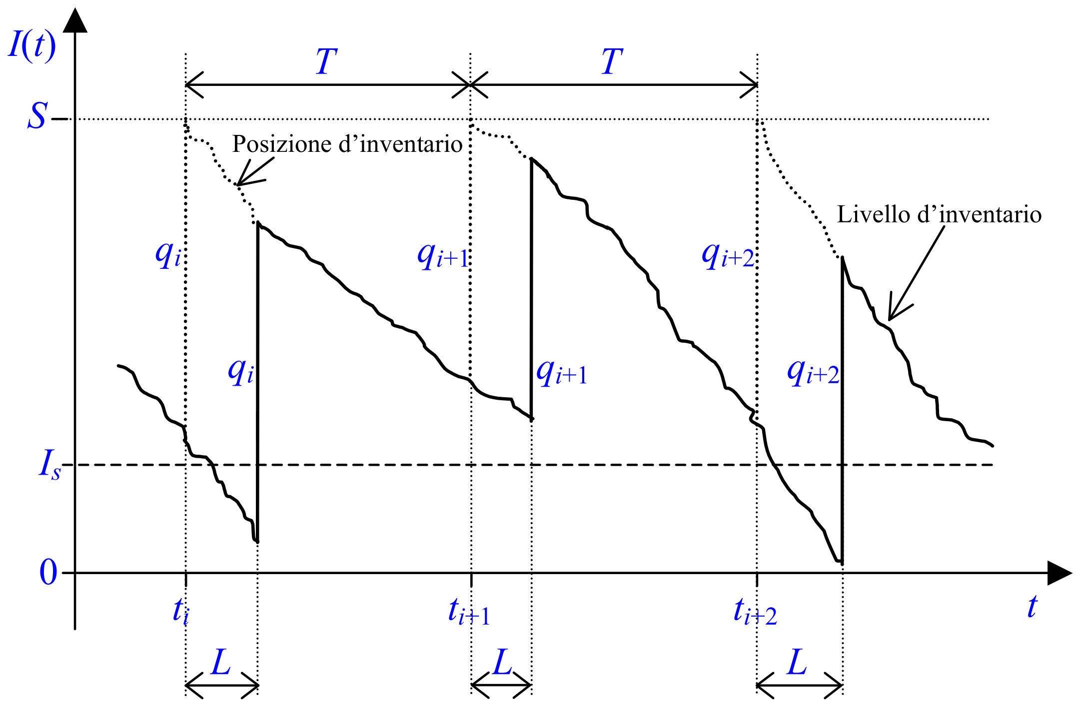
2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

- Come detto, la *scorta di sicurezza* I_s è fissata in modo tale che, con probabilità $\alpha \geq 0{,}5$, non si generi ammanco durante il lead time L.
- Sia z_α il *percentile* relativo alla distribuzione *normale standard* $N(0, 1)$ in modo che $Prob\{z \leq z_\alpha\} = \alpha$
- Se L è noto con certezza

$$I_s = z_\alpha \sigma_d \sqrt{L+T} \qquad \text{e} \qquad S = \bar{d}\,(L + T) + I_s$$

- Se L è aleatorio

$$I_s = z_\alpha \sqrt{\sigma_d^2 (\bar{L}+T) + \sigma_L^2 \bar{d}^2} \qquad \text{e} \qquad S = \bar{d}\,(\bar{L} + T) + I_s$$



2. Politiche di gestione delle scorte

2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

- *Esempio 4*.

- La Bureau è una rivendita di articoli per ufficio. Il responsabile della gestione magazzino decide di applicare la politica *fixed period* per il toner per fotocopiatrici AT3, volendo assicurare un livello di servizio del 97,72% ($z_\alpha = 2$).

Input:

$\bar{d} = 45$ unità/mese; $\sigma_d = 5$

$L = 1$ mese; $k = 30$ €

$c = 4$ €/unità

$p = 20$ %/anno

$h = p\,c = 0{,}20 \cdot 4 = 0{,}8$ €/anno unità

Output:

$$T = \sqrt{\frac{2k}{h\bar{d}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{(0{,}8/12) \cdot 45}} = 4{,}47 \text{ mesi}$$

$$I_s = z_\alpha \sigma_d \sqrt{L+T} = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{1+4{,}47} = 23{,}39 \approx 23 \text{ unità}$$

$$S = \bar{d}\,(L+T) + I_s = 45 \cdot (1 + 4{,}47) + 23{,}39 = 269{,}54 \approx 270 \text{ unità}$$

$$\mu(q) = \mu(T\bar{d}) = k/T + c\,\bar{d} + h\,(T\bar{d}/2 + I_s) = 6{,}72 + 180 + 8{,}28 = 195 \text{ €/mese}$$

$$ITR(\text{annuale}) = 12\,\bar{d}/(T\bar{d}/2 + I_s) = 4{,}36$$

Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

- *Considerazioni*

- Gli esempi 2 e 4 mostrano che, a parità di livello di servizio, la *fixed order quantity* *richiede minor scorte di sicurezza* I_s *della politica* *fixed period*

- Infatti, mentre nella prima I_s deve coprire la domanda in un periodo di rischio di lunghezza L, nella seconda il periodo di rischio è di lunghezza $(L + T)$.

- Tuttavia, il prezzo della maggior efficienza della politica *fixed order quantity* è nel *continuo monitoraggio* (del livello di inventario) *richiesto*.

- *fixed order quantity*

  Vantaggi:
  contenimento costi
  maggior efficienza

  Svantaggi:
  controllo continuo pos. invent.
  ordini emessi in quals. istante
  imposs. aggr. ordini (più beni)

- *fixed period*

  Vantaggi:
  organizzativi
  non necess. controllo continuo
  aggregazione ordini (più beni)

  Svantaggi:
  costi superiori
  minor efficienza

2. Politiche di gestione delle scorte

2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

- Politica *fixed order quantity* *preferibile quando*:

1. Possibilità di un continuo monitoraggio: inventario computerizzato
2. Nessun vantaggio da eventuali economie di scala negli ordini
3. Ordini d'acquisto ad intervalli irregolari non hanno effetto sulla produzione o sui fornitori.

- Politica *fixed period* *preferibile quando*:

1. Inventario non computerizzato. Conviene ordinare con cadenza regolare
2. C'è convenienza nel fare ordini di grossi quantitativi di beni. Economie di scala.
3. Ordini d'acquisto ad intervalli irregolari avrebbero un effetto non trascurabile sulla produzione o sui fornitori.

2. Politiche di gestione delle scorte

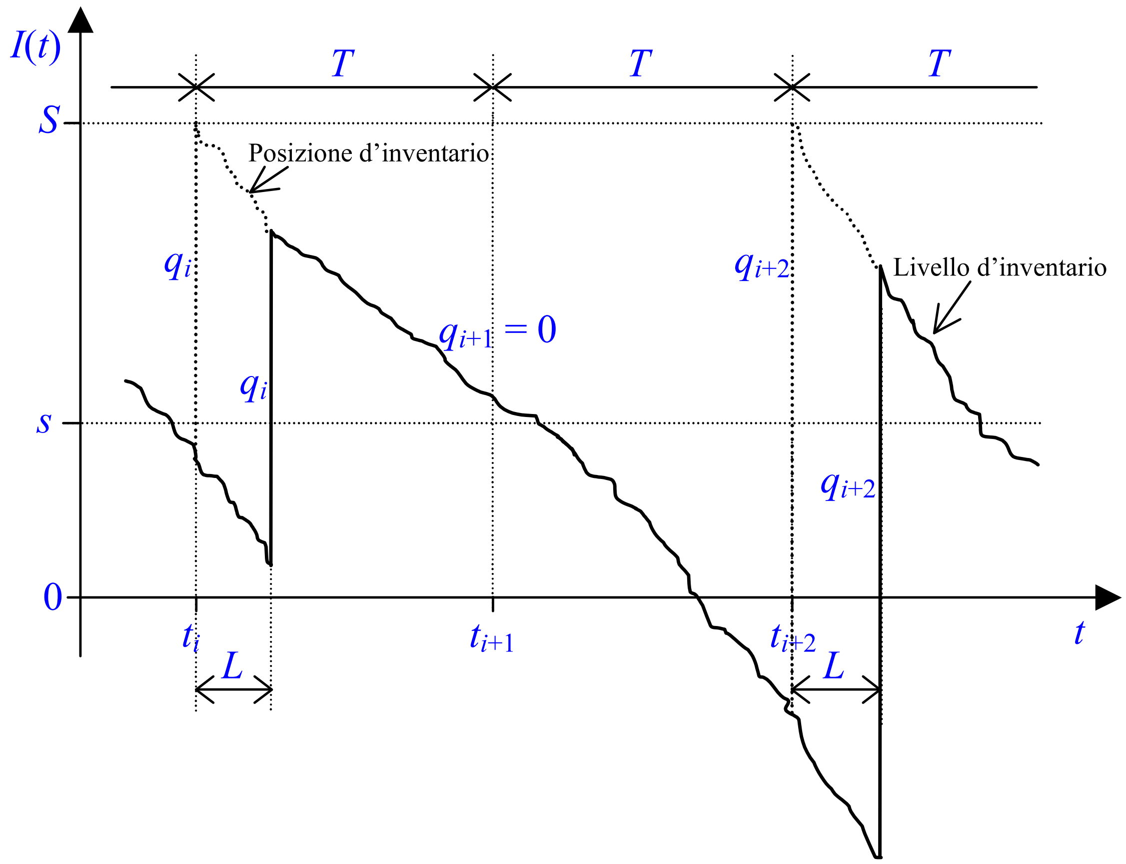
2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

3. Politica (s, S)

- Variante dei primi due metodi illustrati.
- Secondo la politica (s, S):

a) La posizione d'inventario viene revisionata periodicamente con periodo T.

b) Se all'istante t_i di revisione risulta che il livello della posizione d'inventario è inferiore ad una soglia minima s, si emette un ordine q_i tale da riportare la posizione d'inventario al massimo valore S.



2. Politiche di gestione delle scorte

2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

- In pratica, s è *reorder point* e S è *order-up-to level*.

- Se $T \to 0$ e $S = s + q$ la politica (s, S) *tende* a *fixed order quantity*, scegliendo opportunamente q e s.

- Se $s \to S$ la politica (s, S) *tende* a *fixed period*, scegliendo opportunamente T e S.

- La politica (s, S) può considerarsi come soluzione di *compromesso* tra '*fixed period*' e '*fixed order quant.*'

- Un'adeguata scelta di valori per le variabili s, S, e T può dar luogo a risultati migliori.

- Tuttavia, la determinazione ottima (*what best*) di tali valori è un problema complesso da formalizzare e risolvere con metodi analitici.

- Spesso i valori per s, S, e T vengono determinati con *analisi what if*.

2. Politiche di gestione delle scorte

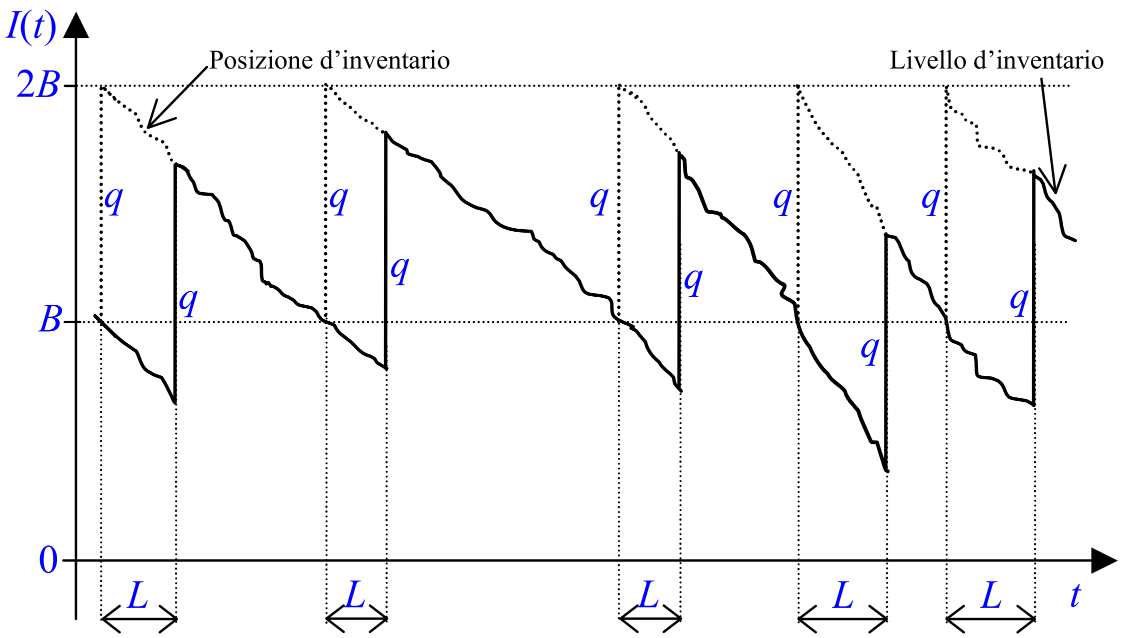
2.3. Modelli singolo punto, singolo prodotto, domanda incerta (aleatoria) (segue)

4. Politica dei due contenitori (two bins policy)

- Si considera il magazzino partizionato in due parti uguali. Non appena uno dei due sottomagazzini si svuota, viene effettuato un ordine di approvvigionamento di ammontare pari alla sua capacità.

- Può interpretarsi come una variante della politica a punto di riordino costante (fixed order quantity).

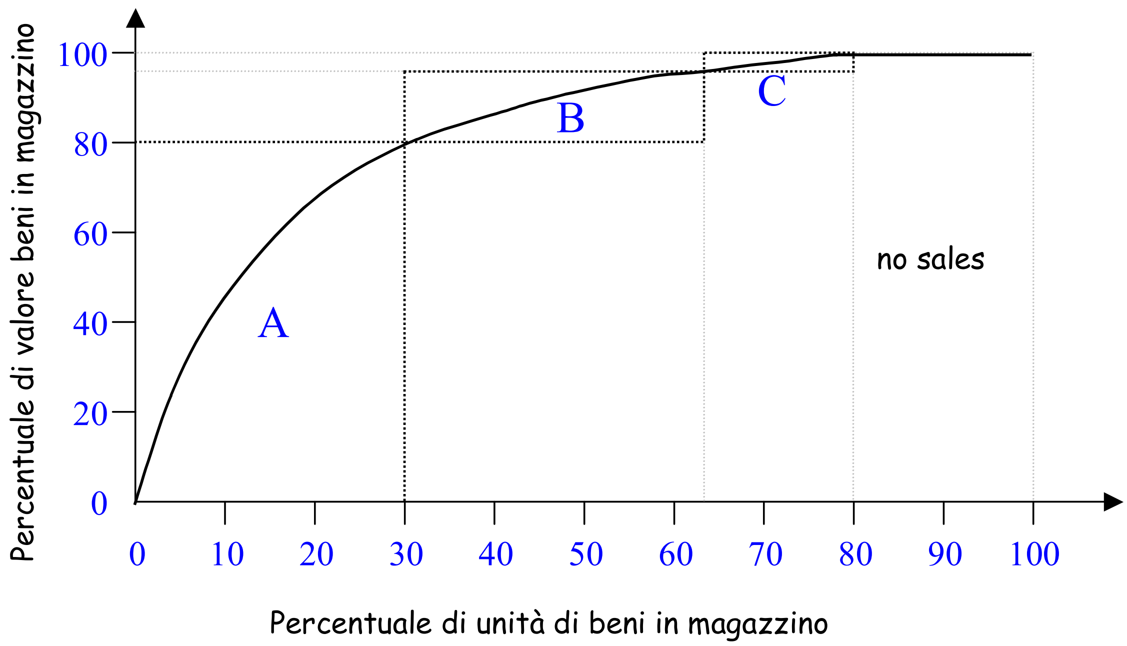
- Tuttavia, non sono richiesti dati previsionali per valutare il punto di riordino e la quantità da ordinare.



2. Politiche di gestione delle scorte

2.4. Selezione della politica nel caso di diversi prodotti

- Nella gestione di un inventario multiprodotto occorre decidere quale livello di inventario, per articolo, controllare più accuratamente o meno.
- A tale scopo, si suddividono i prodotti in 3 classi A, B, C
- Classe A: Prodotti ad *alto valore unitario* il cui valore complessivo ammonta all'80% del valore totale delle scorte
- Classe B: Prodotti di *medio valore unitario* il cui valore complessivo ammonta al 15% del valore totale delle scorte
- Classe C: Prodotti di *basso valore unitario* il cui valore complessivo ammonta al 5% del valore totale delle scorte



Gestione dell'Inventario

2. Politiche di gestione delle scorte

2.4. Selezione della politica nel caso di diversi prodotti

- Le scorte dei prodotti di classe A e B dovrebbero esser gestite con i metodi a monitoraggio più frequente, che assicurano una maggior efficienza e minor costi di stoccaggio.

- Ad esempio la classe A con la politica *fixed order quantity*

- Ad esempio la classe B con la politica *fixed period*

- Per la classe C si può far ricorso a metodi meno onerosi dal punto di vista del monitoraggio e meno rigorosi come il *metodo dei due contenitori*.

- Questa tecnica non richiede alcuna tecnica previsionale sulla domanda, e d'altra parte un eventuale eccesso di scorta avrebbe comunque un impatto trascurabile sui costi di immagazzinamento

3. Appendice: richiami di statistica

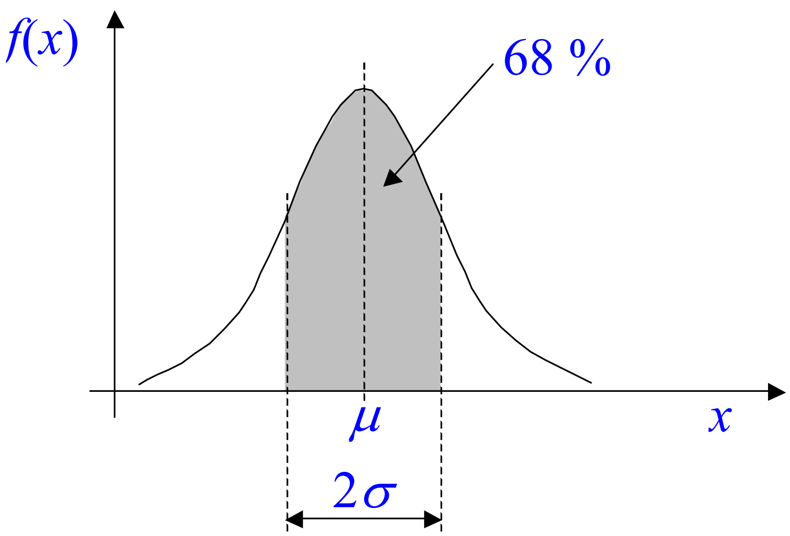
Distribuzioni di probabilità

- Una *distribuzione di probabilità* è una funzione $f(x)$ che indica per ogni valore di una variabile casuale x la sua probabilità.

- Le *distribuzioni* possono essere *discrete* o *continue* a seconda se è discreto o continuo l'insieme dei valori che può assumere la variabile casuale. Nel caso continuo si parla di *funzioni di densità di probabilità*.

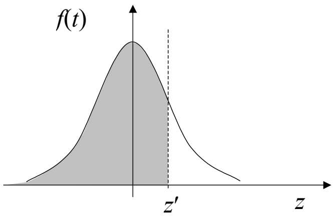
- Distribuzione *normale* $N(\mu, \sigma)$, dove μ è il valore atteso e σ è la deviazione standard di x.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



3. Appendice: richiami di statistica

- Distribuzione *normale standard* $N(0, 1)$.
  - È la normale in cui $\mu = 0$ e $\sigma = 1$.
  - È possibile valutare qualsiasi normale a partire dalla distribuzione normale standard con la seguente trasformazione: $z = (x - \mu)/\sigma$.
  - Si ha $\text{Prob}\{x \le x'\} = \text{Prob}\{z \le z'\}$, con $x' = \mu + z'\,\sigma$.
  - L'area sottesa dalla curva di distribuzione normale standard da $-\infty$ a z', che fornisce la $\text{Prob}\{z \le z'\}$, è data dalla seguente tabella



z'	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0 ….	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1 ….	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2 ….	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3 ….	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4 ….	0.6554	0,6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5 ….	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6 ….	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7 ….	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8 ….	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9 ….	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0 ….	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1 ….	0.8643	0.8665	0,8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2 ….	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3 ….	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4 ….	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5 ….	0.9332	0.9345	0.9357	0.9367	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6 ….	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7 ….	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9632
1.8 ….	0.9641	0.9648	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9 ….	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0 ….	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9807	0.9812	0.9817
2.1 ….	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2 ….	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9874	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3 ….	0.9892	0.9896	0.9898	0.9901	0.9903	0.9906	0.9908	0.9912	0.9913	0.9916
2.4 ….	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9926	0.9928	0.9930	0.9932	0.9934	0.9936