

Esercizio 1

Una società che gestisce dei distributori di carburante decide di prevedere l'attivazione di altri punti vendita.

Si individuano 6 diversi bacini d'utenza e 5 possibili siti in ciascuno dei quali costruire un nuovo distributore.

Mediante un'indagine di mercato si riesce a determinare una matrice $\mathbf{\Pi}$ dei profitti nella quale π_{ij} indica il profitto che la società di gestione realizza se gli utenti del bacino i si riforniscono nella stazione sita in j .

Sia dato anche il vettore \mathbf{f} dei costi fissi di attivazione dei 5 potenziali distributori.

Il problema consiste nel determinare il numero e la localizzazione ottima dei distributori di carburante da attivare in modo tale che la società di gestione realizzi il maggior profitto possibile.

Si consideri la seguente istanza del problema delineato:

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} 5 & 8 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 8 & 1 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 3 & 3 \\ 7 & 1 & 2 & 8 & 3 \\ 1 & 2 & 8 & 4 & 4 \\ 8 & 1 & 4 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{f} = [3 \quad 6 \quad 2 \quad 3 \quad 5]$$

- 1) Formulare matematicamente il problema.
- 2) Risolvere il problema mediante un algoritmo tipo greedy.
- 3) Migliorare la soluzione determinata al punto precedente mediante un algoritmo di ricerca locale.
- 4) Verificare la bontà della soluzione determinata al punto precedente.
- 5) Calcolare una (possibilmente) nuova soluzione del problema applicando l'approccio euristico dual-based.

Esercizio 2

Un'azienda tessile deve rifornire 7 grossi clienti localizzati sul territorio nazionale.

Si sono individuati 5 potenziali siti nei quali costruire dei magazzini, i cui costi di fabbricazione f_j sono indicati nel seguente vettore: $[1, 2, 0, 2, 1]$ (tutti i costi sono espressi in centinaia di migliaia di Euro).

Il cliente i si rifornisce direttamente dal magazzino j e l'azienda tessile si fa carico di assicurare per il trasporto i beni comprati. I costi t_{ij} stimati per l'assicurazione sono indicati nella seguente tabella:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 2 | 4 | 2 |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 2 | 3 | 1 | 2 | 2 |
| 2 | 3 | 3 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 2 | 1 | 3 |

L'azienda stima inoltre un ricavo r_{ij} per ogni cliente i che si rifornisce dal magazzino j come indicato nella seguente tabella:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 3 | 7 | 6 |
| 4 | 4 | 5 | 4 | 2 |
| 4 | 3 | 3 | 4 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 3 | 5 | 5 | 4 | 4 |
| 4 | 3 | 2 | 2 | 3 |
| 2 | 3 | 3 | 4 | 4 |

Il problema P consiste nel determinare il numero e la localizzazione ottima dei magazzini per massimizzare il profitto.

- 1) Formulare matematicamente il problema P .
- 2) Risolvere il problema mediante un algoritmo tipo greedy.
- 3) Migliorare la soluzione determinata al punto precedente mediante un algoritmo di ricerca locale.
- 4) Formulare il problema duale $D[RL(P)]$ del primale rilassato linearmente $RL(P)$, evidenziando le relazioni tra i valori delle soluzioni euristiche del problema P e del problema $D[RL(P)]$.
- 5) Verificare la bontà della soluzione determinata al punto 3.
- 6) Calcolare una (possibilmente) nuova soluzione del problema applicando l'approccio euristico dual-based.

Esercizio 3

La Manufacturing Inc. deve pianificare a livello strategico la distribuzione di un particolare bene B prodotto, in modo tale da soddisfare le domande di clienti situati nei mercati di Atlanta, Boston, Chicago, Dallas, Denver, Los Angeles, Philadelphia.

La scelta strategica consiste nell'utilizzo di un certo insieme di magazzini. In base ad uno studio preliminare si individuano 5 possibili siti (Atlanta, Boston, Chicago, Dallas, Denver) dove poter localizzare i magazzini. I costi fissi annuali (in unità di moneta), per affitto e gestione locali, dei magazzini nei 5 potenziali siti sono rispettivamente: {4, 4, 3, 4, 4}; mentre i costi di immagazzinamento (in unità di moneta) di una unità di bene immagazzinato nei 5 potenziali siti sono, rispettivamente: {2, 2, 3, 1, 2}

Inoltre, sempre in base ad un'indagine preliminare, si decide di far ricorso al trasporto aereo per la distribuzione della merce da un magazzino situato in una certa città ad un mercato in un'altra città, utilizzando il servizio fornito dalla società di trasporto Flying Goods. La tariffa annuale (in unità di moneta) praticata dalla Flying Goods per il trasporto dalla città j alla città i (con $i \neq j$) del quantitativo di beni domandato annualmente dal mercato della città i è pari al *quadrato* della (minima) distanza aerea tra le due città da coprire eventualmente con più rotte. La seguente matrice riporta le lunghezze (in unità di misura convenzionali per la società) delle possibili rotte (bidirezionali) gestite dalla Flying Goods.

| | Atlanta | Boston | Chicago | Dallas | Denver | LosAngeles | Philadelphia |
|--------------|---------|--------|---------|--------|--------|------------|--------------|
| Atlanta | - | 2 | - | 2 | - | - | - |
| Boston | | - | 2 | - | 3 | - | - |
| Chicago | | | - | 1 | - | 3 | - |
| Dallas | | | | - | 2 | - | 3 |
| Denver | | | | | - | 2 | - |
| LosAngeles | | | | | | - | 2 |
| Philadelphia | | | | | | | - |

I costi annuali per il trasporto locale (magazzino \rightarrow aeroporto o aeroporto \rightarrow mercato) sono a carico della Flying Goods nel caso in cui magazzino e mercato non si trovino nella stessa città; altrimenti tali costi sono a carico della Manufacturing Inc. e pari a 1 (in unità di moneta) per ogni coppia (magazzino \rightarrow mercato), per l'intera domanda annuale del mercato.

Le domande annuali (in unità di bene B) stimate per i mercati considerati sono rispettivamente: {10, 5, 8, 5, 10, 6, 7}.

I prezzi di vendita di una unità del bene B praticati nei diversi mercati (in unità di moneta) sono rispettivamente: {8, 8, 10, 8, 10, 8, 8}.

La Manufacturing Inc. deve decidere quali magazzini aprire per soddisfare la domanda annuale dei mercati e massimizzare il proprio profitto annuo.

- 1) Ricondurre il problema al *uncapacitated facility location problem*, determinando la matrice dei profitti $[\pi_{ij}]$ ed il vettore dei costi fissi $[f_j]$.
- 2) Formulare matematicamente il problema come un *uncapacitated facility location problem*.
- 3) Discutere la complessità del problema

Esercizio 4

A) Un'azienda produttrice di prodotti alimentari dispone di **3 impianti di produzione** e vuole pianificare per il prossimo quinquennio la distribuzione dei suoi prodotti avvalendosi di un insieme di **centri di distribuzione** da scegliere tra **5 possibili siti**, per rifornire **5 mercati** (clienti).

Sono dati:

- Costi di produzione e trasporto (inbound) a_{ij} per unità di prodotto da ciascun impianto a ciascun centro di distribuzione *unitari*
- Capacità produttive annuali b_i degli impianti praticamente illimitate
- Costo fisso annuale di gestione f_j per ciascun centro di distribuzione j
- Costo di movimentazione (handling) per unità di bene h_j per ciascun centro di distribuzione j
- Capacità annuale Q_j per ciascun centro di distribuzione j
- Domanda annuale prevista d_i per ciascun mercato i
- Prezzi di vendita per unità di bene p_i per ciascun mercato i
- Ai fini della valutazione dei costi di trasporto per unità di bene per rifornire il mercato i attraverso il centro di distribuzione j , si supponga che:
 - Si impiegano mezzi di trasporto di capacità τ che viaggiano a pieno carico dal centro di distribuzione j al mercato i , consegnano i beni, e ritornano vuoti al centro di distribuzione j .
 - Il costo di trasporto per unità di distanza (comprensivo di retribuzione equipaggio) è pari a γ per ciascun mezzo di trasporto
 - La distanza tra il centro di distribuzione j e il mercato i è pari a δ_{ij}

Si vuole attivare i magazzini e allocare i mercati ai magazzini attivati in modo da massimizzare il profitto (ricavi vendita – costi) totale annuale nell'ipotesi di domanda non frazionabile (single assignment).

A1) Formulare matematicamente il problema, definendo parametri, variabili, vincoli e f.o.

A2) A quale problema di localizzazione corrisponde?

B) Supponendo che:

Per ciascun centro di distribuzione j la capacità annuale Q_j è sufficiente a far fronte alla domanda annuale di tutti i mercati

B1) Come si modifica la formulazione? A quale problema ci si riconduce in tal caso?

B2) Discutere la complessità del problema. Se NP-hard definire il problema NP-completo utilizzato nella prova di NP-hardness

C) Si analizzi il problema individuato al punto B) supponendo che:

- Ai fini della valutazione dei costi di trasporto per unità di bene (tonnellata) si supponga che:
 - La capacità dei mezzi di trasporto è $\tau = 4$ tonnellate.
 - Il costo di trasporto per unità di distanza di ogni mezzo è $\gamma = 2$ €/km
 - La matrice delle distanze $\{\delta_{ij}\}$ tra mercati e centri di distribuzione è:

| distanze δ_{ij} (km) | C.Distr. 1 | C.Distr.2 | C.Distr.3 | C.Distr.4 | C.Distr.5 |
|---------------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Mercato 1 | 1300 | 1360 | 1340 | 1380 | 1390 |
| Mercato 2 | 1880 | 1825 | 1855 | 1850 | 1850 |
| Mercato 3 | 1340 | 1300 | 1320 | 1280 | 1310 |
| Mercato 4 | 1880 | 1820 | 1860 | 1810 | 1820 |
| Mercato 5 | 1350 | 1395 | 1350 | 1365 | 1365 |

- Costi fissi annuali dei centri di distribuzione siano i seguenti:

| c. fissi f_i | C.Distr. 1 | C.Distr.2 | C.Distr.3 | C.Distr.4 | C.Distr.5 |
|-------------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| migliaia € | 3000 | 3000 | 4000 | 4000 | 7000 |

- Costi di movimentazione (handling) unitari dei centri di distribuzione siano i seguenti:

| c. movim. h_j | C.Distr. 1 | C.Distr.2 | C.Distr.3 | C.Distr.4 | C.Distr.5 |
|--------------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| €/tonn. | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |

- Le domande (stimate) annuali in tonnellate dei mercati siano le seguenti:

| domanda d_i | Mercato 1 | Mercato 2 | Mercato 3 | Mercato 4 | Mercato 5 |
|-------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| migliaia tonn. | 100 | 200 | 100 | 100 | 200 |

- I prezzi di vendita unitari ai mercati siano i seguenti:

| prezzo p_i | Mercato 1 | Mercato 2 | Mercato 3 | Mercato 4 | Mercato 5 |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| €/tonn. | 1500 | 2000 | 1500 | 2000 | 1500 |

C1) Completare la matrice profitti π_{ij} di allocazione mercato i al centro di distribuzione j

| profitti π_{ij} (migliaia €) | C.Distr. 1 | C.Distr.2 | C.Distr.3 | C.Distr.4 | C.Distr.5 |
|--|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mercato 1 | 10000 | 4000 | 6000 | 2000 | |
| Mercato 2 | 4000 | 15000 | 9000 | | 10000 |
| Mercato 3 | 6000 | 10000 | | 12000 | 9000 |
| Mercato 4 | 2000 | | 4000 | 9000 | 8000 |
| Mercato 5 | | 1000 | 10000 | 7000 | 7000 |

C2) Determinare una soluzione ammissibile del problema utilizzando un algoritmo greedy

C3) Migliorare la soluzione trovata al punto precedente mediante un algoritmo di ricerca locale

C4) Calcolare la distanza relativa (in %) del valore della la soluzione S determinata al punto C3) rispetto all'upper bound fornito da un algoritmo euristico di discesa duale.

C5) La soluzione al punto C3) è ottima? Se non lo è provare a migliorarla determinando un'altra soluzione con l'algoritmo euristico dual-based.

D) Supponendo che:

Per ciascun centro di distribuzione j la capacità annuale Q_j è di 400 mila tonnellate

D1) La soluzione determinata al punto C3 è ancora ammissibile?

D2) Se no, supponendo di poter frazionare la domanda dei clienti, formulare un'ipotesi (ammissibile) di ripartizione della domanda dei clienti, supponendo fissata la scelta di localizzazione dei centri di distribuzione ottenuta al punto C3

Domande

E) Descrivere raggruppandole in base alla durata del loro effetto (orizzonte temporale) quali sono le principali decisioni (strategiche, tattiche e operative) da intraprendere nella gestione di una rete logistica di distribuzione.

Esercizio 5

A) Un'azienda produttrice di beni alimentari dispone di **3 impianti di produzione** e vuole pianificare per il prossimo quinquennio la distribuzione dei suoi prodotti avvalendosi di un insieme di **centri di distribuzione** da scegliere tra **5 possibili siti**, per rifornire **7 mercati** (clienti).

Sono dati:

- Costi di produzione e trasporto (inbound) a_{ij} per unità di prodotto da ciascun impianto a ciascun centro di distribuzione
- Capacità produttive annuali b_i
- Costo fisso annuale di gestione f_j per ciascun centro di distribuzione j
- Costo di movimentazione (handling) per unità di bene h_j per ciascun centro di distribuzione j
- Capacità annuale Q_j per ciascun centro di distribuzione j
- Domanda annuale prevista d_i per ciascun mercato i
- Prezzi di vendita per unità di bene p_i per ciascun mercato i
- Ai fini della valutazione dei costi di trasporto per unità di bene per rifornire il mercato i attraverso il centro di distribuzione j , si supponga che:
 - Si impiegano mezzi di trasporto di capacità τ che viaggiano a pieno carico dal centro di distribuzione j al mercato i , consegnano i beni, e ritornano vuoti al centro di distribuzione j .
 - Il costo di trasporto per unità di distanza (comprensivo di retribuzione equipaggio) è pari a γ per ciascun mezzo di trasporto
 - La distanza minima tra il centro di distribuzione j e il mercato i è pari a δ_{ij}

Si vuole attivare i magazzini e allocare i mercati ai magazzini attivati in modo da massimizzare il profitto (ricavi vendita – costi) totale annuale nell'ipotesi di domanda frazionabile.

A1) Formulare matematicamente il problema, definendo parametri, variabili, vincoli e f.o.

B) Si suppone che i costi di produzione e trasporto per unità di prodotto $a_{ij} = K$ (per qualsiasi i e j) e che per ciascun centro di produzione l la capacità produttiva annuale b_l è praticamente illimitata.

B1) Come si modifica la formulazione? A quale problema ci si riconduce in tal caso?

C) Si suppone altresì che per ciascun centro di distribuzione j la capacità annuale $Q_j \geq \sum_{i=1}^7 d_i$.

C1) Come si modifica la formulazione? A quale problema ci si riconduce in tal caso?

C2) Discutere la complessità del problema. Se NP-hard definire il problema NP-completo utilizzato nella prova di NP-hardness

D) Si analizzi il problema individuato al punto C) supponendo che:

- Ai fini della valutazione dei costi di trasporto per unità di bene (tonnellata) si supponga che:
 - La capacità dei mezzi di trasporto è $\tau = 2$ tonnellate.
 - Il costo di trasporto per unità di distanza di ogni mezzo è $\gamma = 1$ €/km
 - La matrice delle distanze minime $\{\delta_{ij}\}$ tra mercati e centri di distribuzione è:

| dist. min. δ_{ij} (km) | C.Distr. 1 | C.Distr.2 | C.Distr.3 | C.Distr.4 | C.Distr.5 |
|---|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Mercato 1 | 1380 | 1390 | 1390 | 1370 | 1360 |
| Mercato 2 | 1885 | 1890 | 1880 | 1885 | 1895 |
| Mercato 3 | 1370 | 1390 | 1390 | 1370 | 1380 |
| Mercato 4 | | | 1870 | 1880 | 1880 |
| Mercato 5 | | | 1390 | 1390 | 1385 |
| Mercato 6 | 1885 | 1895 | 1895 | 1895 | 1890 |
| Mercato 7 | 1890 | 1890 | 1890 | 1870 | 1890 |

calcolata in base alla rete stradale di cui si riporta parte della matrice delle lunghezze dei tratti stradali bidirezionali (in Km) che attraversa località intermedie X1, X2, X3, X4.

| lungh. (km) | C.D. 1 | C.D. 2 | X1 | X2 | X3 | X4 | Merc. 4 | Merc. 5 |
|----------------|--------|--------|----|----|------|----|---------|---------|
| C.D. 1 | - | - | 5 | - | 1800 | - | - | - |
| C.D. 2 | | - | 5 | 5 | - | - | - | - |
| X1 | | | - | 5 | - | - | - | - |
| X2 | | | | - | - | - | - | 1385 |
| X3 | | | | | - | 50 | 90 | - |
| X4 | | | | | | - | 30 | 1400 |
| Merc. 4 | | | | | | | - | - |
| Merc. 5 | | | | | | | | - |

- Costi fissi giornalieri dei centri di distribuzione siano i seguenti:

| c. fissi f_j | C.Distr. 1 | C.Distr.2 | C.Distr.3 | C.Distr.4 | C.Distr.5 |
|-------------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| € | 1000 | 2000 | 0 | 2000 | 1000 |

- Costi di movimentazione (handling) unitari dei centri di distribuzione siano i seguenti:

| c. movim. h_j | C.Distr. 1 | C.Distr.2 | C.Distr.3 | C.Distr.4 | C.Distr.5 |
|--------------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| €/tonn. | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |

- Le domande (stimate) giornaliere in tonnellate dei mercati siano le seguenti:

| domanda d_i | Mercato 1 | Mercato 2 | Mercato 3 | Mercato 4 | Mercato 5 | Mercato 6 | Mercato 7 |
|---------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| tonn. | 100 | 200 | 100 | 100 | 200 | 200 | 100 |

- I prezzi di vendita unitari ai mercati siano i seguenti:

| prezzo p_i | Mercato 1 | Mercato 2 | Mercato 3 | Mercato 4 | Mercato 5 | Mercato 6 | Mercato 7 |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| €/tonn. | 1500 | 2000 | 1500 | 2000 | 1500 | 2000 | 2000 |

D1) Completare la matrice profitti π_{ij} di allocazione mercato i al centro di distribuzione j

| profitti π_{ij} (€) | C.Distr. 1 | C.Distr.2 | C.Distr.3 | C.Distr.4 | C.Distr.5 |
|----------------------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Mercato 1 | 2000 | 1000 | 1000 | | 4000 |
| Mercato 2 | 3000 | 2000 | 4000 | 3000 | |
| Mercato 3 | 3000 | 1000 | 1000 | 3000 | 2000 |
| Mercato 4 | | 1000 | 3000 | 2000 | 2000 |
| Mercato 5 | 1000 | | 2000 | 2000 | 3000 |
| Mercato 6 | 3000 | 1000 | | 1000 | 2000 |
| Mercato 7 | 1000 | 1000 | 1000 | | 1000 |

D2) Determinare una soluzione ammissibile del problema utilizzando un algoritmo greedy

D3) Migliorare la soluzione trovata al punto precedente mediante un algoritmo di ricerca locale

D4) Evidenziare le relazioni di disuguaglianza tra il valore della soluzione ammissibile ottenuta (del problema primale) e quello di una soluzione del problema duale. (Suggerimento: far uso della teoria della dualità)

D5) Calcolare un limite inferiore sul rapporto $z(S)/z^*$ per la soluzione S determinata al punto D3) utilizzando un algoritmo euristico di discesa duale.

D6) La soluzione al punto D3) è ottima? Se non lo è provare a migliorarla ricercando una'altra soluzione con l'algoritmo euristico dual-based.