ESERCIZIO RCPSP N. 2

Sia data la seguente rete di progetto:

**3/(3,1) 2/(3,2) *pi* / *rik***

***i***

**5**

**2**

**0/(0,0) 4/(2,2) 0/(0,0)**

**4**

**7**

**1**

**5/(3,2) 5/(3,1) |*K*| = 2**

**R1 = 5**

**3**

**6**

**R2 = 3**

Calcolare:

1. il lower bound basato sul cammino critico;
2. il lower bound basato sulla sequenza critica;
3. il miglior lower bound basato sulle risorse;
4. trovare le soluzioni euristiche “forward” e “backward” per lo schema seriale assumendo come regola di priorità LST;
5. trovare la soluzione ottima con il metodo delle alternative di ritardo minimali
6. Per la rete data calcoliamo
7. LB basato sul cammino critico

***LB*0 = cammino più lungo = 11**

b) LB basato sulla sequenza critica

***LBs*= *LB*0 + max{*pi* – *ℓi*}**

Il cammino critico è **1 – 3 – 4 – 5 – 7**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ***i*** | ***ESi*** | ***LFi*** | ***ℓi*** | **(*pi* – *ℓi*)** |
| **2** | **0** | **9** | **3** | **0** |
| **6** | **5** | **11** | **4** | **1** |

|  |
| --- |
| ***ES*3 = 0; *LF*3 = 5**  ***ES*4 = 5; *LF*4 = 9**  ***ES*5 = 9; *LF*5 = 11** |

Le attività non critiche sono **2** e **6**

L’attività **2** è incompatibile con **3** sulla prima risorsa ma è compatibile con **4** sia sulle risorse che per le finestre temporali. Infatti, l’attività **2** può partire a ***t* = 5** e terminare a ***t* = 8** **< *LF*4 = 9**.

L’attività **6** può essere schedulata in parallelo alla **4** per **4** unità di tempo, mentre non può essere schedulata in parallelo alla **5** per incompatibilità sulla prima risorsa. Pertanto, ***ℓ*6 = 4**; (***p*6 – *ℓ*6) = 1**

La conclusione è che

***LBs* = *LB*0 +** (***p*6 – *ℓ*6) = 12**

1. lower bound basato sulle risorse

***LBr* = max Ʃ*ί* *rίk**pi***

***k* Rk**

**3∙3+5∙3+4∙2+2∙3+5∙3 3∙1+5∙2+4∙2+2∙2+5∙1**

***LBr* = max ;**

**5 3**

**53 30**

***LBr* = max ; = 11**

**5 3**

Miglioramenti di ***LBr***

**ATTIVITA’ 6 di durata *p*6 = 5:**

**[T6*h* ∪ {6}, *ρ*6*h*]: [{4, 6}, (5, 3)];**

**Δ*r*6 = (0, 0) 🡪 Δ*r*6 *p*6 = (0, 0)**

**ATTIVITA’ 3** **di durata *p*3 = 5:**

**[T3*h* ∪ {3}, *ρ*3*h*]: [{3}, (3, 2)];**

**Δ*r*3 = (2, 1) 🡪 Δ*r*3 *p*3 = (10, 5)**

**ATTIVITA’ 4 di durata *p*4 = 4:**

**[T4*h* ∪ {4}, *ρ*4*h*]: [{2, 4}, (5, 3)]; [{4, 6}, (5, 3)];**

**Δ*r*4 = (0, 0) 🡪 Δ*r*4 *p*4 = (0, 0)**

**ATTIVITA’ 2 di durata *p*5 = 3:**

**[T2*h* ∪ {2}, *ρ*2*h*]: [{2, 4}, (5, 3)];**

**Δ*r*2 = (0, 0) 🡪 Δ*r*2 *p*2 = (0, 0)**

**ATTIVITA’ 5 di durata *p*5 = 2:**

**[T5*h* ∪ {5}, *ρ*5*h*]: [{5}, (3, 2)];**

**Δ*r*5 = (2, 1) 🡪 Δ*r*5 *p*5 = (4, 2)**

L‘aumento complessivo di lavoro per le due risorse è rispettivamente **14** e **7**.

Pertanto

**53 + 14 30 + 7**

***LBr*+ = max ; = max { ⎡13,4⎤ ; ⎡12,3⎤ } = 14**

**5 3**

1. Soluzioni euristiche con lo schema seriale
2. FORWARD

Lista priorità

**LS*i*= {0, 6, 0, 5, 9, 6, 11} < 1, 3, 4, 2, 6, 5, 7>**

**2 6 5**

**3 4**

**0 5 8 9 13 15**

1. BACKWARD

Lista priorità

**LS*i*= {11, 8, 6, 2, 0, 1, 0} < 1, 2, 3, 4, 6, 5, 7>**

**2 3 4 5**

**6**

**0 3 8 12 13 15**

1. Troviamo la soluzione ottima con il metodo delle alternative di ritardo minimali

Il nodo padre è dato da **LB(1)** **= 11 =** c.c. del nodo **1**

A ***t*1 = 0** sono eseguibili **2** e **3** (in conflitto), le cui alternative di ritardo sono **{2}** e **{3}**, associate ai nodi **2** e **9** dell’albero di ricerca.

Calcoliamo i **LB** relativi

**LB(P2) = 5** (termine di **3**) **+ 5** (c.c. di **2**) **= 10 🡪 LB(P2) = 11** (nodo padre)

**LB(P9) = 3** (termine di **2**) **+ 11** (c.c. di **3**) **= 14**

Pertanto si prosegue dal nodo **2** eseguendo **3** e quindi si ritarda **2** fino a ***t*2 = 5** a cui termina l’attività **3**.

A ***t*2 = 5** sono eseguibili **2**, **4**, **6**, le cui alternative di ritardo sono **{2}, {6}**, associate ai nodi **6** e **3** dell’albero di ricerca.

Calcoliamo i **LB** relativi

**LB(P6) = 9** (termine di **4**) **+ 5** (c.c. di **2**) **= 14**

**LB(P3) = 8** (termine di **2**) **+ 5** (c.c. di **6**) **= 13**

Pertanto si prosegue dal nodo **3** eseguendo **2** e **4** e si ritarda **6** fino ***t*3 = 8** termine di **2.**

A ***t*3 = 8** sono eseguibili **4, 6** non in conflitto e a ***t'*3 = 9** finisce **4.**

A ***t'*3 = 9** sono eseguibili **5, 6** (in conflitto), le cui alternative di ritardo sono **{5}, {6}**, associate ai nodi **4** e **5** dell’albero di ricerca.

Calcoliamo i **LB** relativi

**LB(P4) = 13** (termine di **6**) **+ 2** (c.c. di **5**) **= 15**

**LB(P5) = 11** (termine di **5**) **+ 5** (c.c. di **6**) **= 16**

Pertanto si prosegue dal nodo **4** eseguendo **6** e si ritarda **5** fino ***t*4 = 13** termine di **6.**

A ***t*4 = 13** è eseguibile solo la **5** fino a ***t'*4 = 15**. Non essendoci altre attività da schedulare si ottiene la (prima) soluzione ammissibile di valore ***z*I = 15**.

**NODO 4** Prima soluzione ammissibile

**2 6 5**

**3 4**

**0 5 8 9 13 15**

Si fa pertanto backtracking proseguendo dal nodo **5** eseguendo **5** e si ritarda **6** fino a ***t*5** = **11** termine di **5**.

Tuttavia, come già calcolato:

**LB(P5) = 11** (termine di **5**) **+ 5** (c.c. di **6**) **= 16 ≥ *z*I = 15**.

Si fa pertanto backtracking e si prosegue dal nodo **6** in cui a **t = 5** si eseguono **6** e **4** e si ritarda **2** fino a ***t*6 = 9** a cui termina **4**.

**NODO 6**

**6**

**3 4**

**0 5 9 10**

A ***t*6 = 9** sono eseguibili in parallelo **2**, **6** in conflitto. Le alternative sono **{2} e {6}**, associate ai nodi **7** e **8**

**LB(P7) = 10 (termine di 6) + 5 (c.c.di 2) = 15 ≥ *z*I = 15**

**LB(P8) = 12 (termine di 2) + 5 (c.c.di 6) = 17 ≥ *z*I = 15**

Poiché entrambi i **LB ≥ *z*I** si fa backtracking fino al nodo **9** in cui a **t = 0** si esegue **2 e** si ritarda **3** fino a ***t*9 = 3** a cui termina **2.**

A ***t*9 = 3** si può eseguiresolo **3** fino a ***t'*9 = 8** a cui termina **3**.

A ***t'*9 = 8** sono eseguibili **4, 6** non in conflitto fino a ***t''*9 = 12** a cui termina **4.**

**NODO 9**

**6**

**2 3 4**

**0 3 8 12 13**

A ***t''*9 = 12** sono eseguibili **5** e **6** (in conflitto).

Le alternative sono **{5}, {6}**, associate ai nodi **10** e **11**

**LB(P10) = 13** (termine di **6**) **+ 2** (c.c. di **5**) **= 15 ≥ *z*I = 15**

**LB(P11) = 14** (termine di **5**) **+ 5** (c.c. di **6**) **= 19 ≥ *z*I = 15**

Valori entrambi **≥ UB**. L’esame dell’albero è completo; la prima soluzione trovata è **OTTIMA**.

L’albero di ricerca (alternative di ritardo minimali) è il seguente:

**1:11**

**START:0**

***h*:*LB***

***Jh*:*th***

**9:14**

**{3}:3**

**2:11**

**{2}:5**

**t = 0 t = 0**

**11:19**

**{6}:14**

**10:15**

**{5}:13**

**6:14**

**{2}:9**

**3:13**

**{6}:8**

**t = 5 t = 5 t = 12**

**LB(P10) ≥ *z*I LB(P11) ≥ *z*I**

**7:15  
{2}:10**

**8:17**

**{6}:12**

**5:16**

**{6}:11**

**4:15**

**{5}:13**

**t = 9 t = 9**

***z*I = 15**  **LB(P5) ≥ *z*I** **LB(P7) ≥ *z*I LB(P8) ≥ *z*I**