

Ad un'industria metallurgica è stata commissionata la realizzazione di un prototipo di una nuova lega metallica, per la quale riceverà un compenso di 600000 €

L'industria a tal proposito predispone la realizzazione di un progetto composto da un insieme di 12 (principali) attività con precedenze, durate normali  $b_{ij}$  (in settimane), costi diretti  $c_{ij}$  (in dollari) delle attività alla loro durata normale, durate crash  $a_{ij}$  (in settimane), ulteriori costi  $h_{ij}$  (in dollari) per ogni giorno in meno rispetto alla durata normale riportati nella tabella. Nella realizzazione del progetto l'industria dovrà pagare dei costi di gestione del progetto pari a 200 € alla settimana.

ID	prec	$b_{ij}$	$c_{ij}$	$a_{ij}$	$h_{ij}$
A	-	8	1000	6	220
B	A	8	1600	7	60
C	B, E	8	5200	6	180
D	E, L	$w$	2000	$w-1$	20
E	A	12	4000	11	20
F	E, H	$x$	5000	$x-2$	140
G	D, F	5	2000	2	20
H	A	3	800	1	40
I	E, H	$y$	5400	$y-5$	10
J	D, F	9	2000	4	240
K	G, I, J	9	2000	3	240
L	A	$z$	4000	$z-4$	240

1) Disegnare la rete di progetto con le attività sugli archi, e la rete di progetto con attività sui nodi.

2) L'attività F è composta da 6 sotto-attività: T1, T2, T3, T4, T5, T6

con le seguenti precedenze:  $T1 < T2$ ;  $T2 < T4, T5, T6$ ;  $T3 < T4$ .

T1 richiede un operatore per 4 settimane;

T2 richiede un robot per 2 settimane;

T3 richiede un operatore per 3 settimane;

T4 richiede un operatore e un robot per 8 settimane;

T5 richiede un operatore per 1 settimana.

T6 richiede un robot per 1 settimana.

Le risorse a disposizione sono: 1 operatore, 1 robot.

L'azienda sostiene un costo aggiuntivo pari a 500 € settimanali per l'esecuzione dell'attività F. Si vuole determinare la schedula ottima (certificandola con un lower bound) delle sotto-attività di F che consenta di minimizzare tale costo aggiuntivo. Risolvere il problema impiegando un approccio con modello su grafo. Descrivere l'approccio usato, e disegnare la schedula ottima delle sotto-attività. Sia  $x$  il tempo (in settimane) richiesto per eseguire la schedula ottenuta.

Per i seguenti quesiti 3) 4) 5)

a) Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema;

b) Discutere la complessità del problema.

c) Determinare una soluzione ottima. Descrivere l'algoritmo di risoluzione, commentandone la sua complessità (se polinomiale). Rappresentare graficamente la soluzione con il diagramma di Gantt, commentare il tipo di schedula (non-delay, attiva o semiattiva).

3) L'attività D è composta da 5 sotto-attività D1, D2, D3, D4, D5 con le seguenti durate  $p_{Dj}$  e minimi istanti di ritardo  $r_{Dj}$  rispetto all'istante di inizio dell'attività D (i tempi sono in settimane).

	D1	D2	D3	D4	D5
$P_{Dj}$	1	4	3	1	4
$r_{Dj}$	0	0	1	2	8
$d_{Dj}$	2	10	4	3	20

L'impresa delega l'esecuzione delle sotto-attività ad un team esterno che può operare su una sotto-attività alla volta. Il team esterno, oltre ad un compenso fisso, riceverà per l'esecuzione di ogni sotto-attività un premio di 50 € per ogni settimana di anticipo e pagherà una penale di 50 € per ogni settimana di ritardo rispetto alla data di consegna preventivata. Determinare la schedula di massimizza il profitto del team esterno. Sia  $w$  il tempo richiesto per eseguire la schedula ottenuta.

4) L'attività I è composta da 5 sotto-attività I1, I2, I3, I4, I5. La generica sotto-attività  $I_j$  di durata  $p_{Ij}$  (in settimane) deve essere completata entro  $d_{Ij}$  settimane dall'istante di inizio dell'attività I.

	I1	I2	I3	I4	I5
$p_{Ij}$	6	6	4	3	6
$d_{Ij}$	7	25	30	16	15

Per l'esecuzione delle sotto-attività è richiesto un team esterno in grado di operare su una sotto-attività alla volta e l'industria sosterrà per questo un costo aggiuntivo, per ciascuna sotto-attività, di 20 € alla settimana a partire dall'istante di inizio dell'attività I. Determinare la schedula di costo minimo. Sia  $y$  il tempo richiesto per eseguire la schedula ottenuta.

5) L'attività L è composta da 6 sotto-attività L1, L2, L3, L4, L5, L6 L7, L8 con le seguenti durate  $p_{Lj}$  in settimane.

	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8
$P_{Lj}$	4	3	2	3	1	3	5	2

Tra le sotto-attività vi sono le seguenti relazioni di precedenza:  
 $L1 < L2$ ;  $L3 < L4$ ;  $L5 < L6$ ;  $L7 < L8$ .

Si impiegano 2 squadre di lavoro (S1 e S2) in grado di svolgere una sotto-attività alla volta: S1 è in grado di svolgere solo le sotto-attività L1, L3, L5, L7 mentre S2 è in grado di svolgere solo le sotto-attività L2, L4, L6, L8. Si determini la durata minima  $z$  dell'attività L.

6) Determinare il profitto massimo derivante dalla realizzazione del progetto con le attività alle loro durate normali, descrivendo brevemente l'algoritmo impiegato e la sua complessità computazionale.

7) Determinare il(i) percorso(i) critico(i), indicando la modalità impiegata per la determinazione.

8) Si supponga che una clausola del contratto obblighi l'industria a terminare il progetto entro 50 settimane. Supponendo di poter ridurre la durata di tutte le attività al più fino alla loro durata crash, si vuole determinare il tempo totale richiesto per il progetto che permette di massimizzare i profitti dell'industria; riportare infine anche il profitto ottimo.

Ad un'impresa edile è stata commissionata la realizzazione di un piccolo centro di pronto soccorso per la quale l'impresa riceverà un compenso di 700000 €. Da contratto è stato fissato che la consegna dell'edificio dovrà avvenire entro 48 settimane altrimenti l'impresa incorrerà in una penale di 1500 € per ogni settimana aggiuntiva impiegata. L'impresa inoltre deve far fronte ad un costo indiretto per la realizzazione dell'opera pari a 180 € per settimana impiegata. La realizzazione dell'edificio costituisce un progetto composto da 11 (principali) attività con lista predecessori, durate normali  $b_{ij}$  (in settimane), costi diretti  $c_{ij}$  (in euro) delle attività alla loro durata normale, durate crash  $a_{ij}$  (in settimane), ulteriori costi  $h_{ij}$  (in euro) per ogni settimana in meno rispetto alla durata normale riportati nella seguente tabella.

ID	pred	$b_{ij}$	$c_{ij}$	$a_{ij}$	$h_{ij}$
A	-	7	1000	6	100
B	-	9	4000	7	100
C	A, B	7	2700	4	90
D	A	12	2000	10	50
E	D, F	$z$	700	$z-2$	220
F	A	8	6000	5	120
G	M, L, E	6	2500	4	70
H	G, I	3	800	2	220
I	M, L, E	7	2000	4	250
L	C, F	$w$	600	$w-3$	50
M	F	$y$	800	$y-2$	10

Per i seguenti quesiti 1) 2) 3)

- Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema;
- Discutere la complessità del problema.
- Determinare una soluzione ottima. Descrivere l'algoritmo di risoluzione, commentandone la sua complessità (se polinomiale). Rappresentare graficamente la soluzione con il diagramma di Gantt, commentare il tipo di schedula (non-delay, attiva o semiattiva).

1) L'attività E è composta da 6 sotto-attività E1, E2, E3, E4, E5, E6 non interrompibili con le seguenti durate  $p_{Ej}$  in settimane.

	E1	E2	E3	E4	E5	E6
$p_{Ej}$	5	3	2	4	2	3

Le coppie di sotto-attività (E1, E2), (E3, E4), (E5, E6) non possono essere eseguite contemporaneamente. Si impiegano 2 gruppi di lavoro (G1 e G2) in grado di svolgere una sotto-attività alla volta: G1 è in grado di svolgere solo le sotto-attività E1, E3, E5 mentre G2 è in grado di svolgere solo le sotto-attività E2, E4, E6. Si determini la durata minima  $z$  dell'attività E.

2) L'attività L è composta da 5 sotto-attività L1, L2, L3, L4, L5 non interrompibili con le seguenti durate  $p_{Lj}$  e minimi istanti di ritardo  $r_{Lj}$  rispetto all'istante di inizio dell'attività L (i tempi sono in settimane).

	L1	L2	L3	L4	L5
$p_{Lj}$	1	8	3	1	10
$r_{Lj}$	0	0	1	2	8

Per l'esecuzione delle sotto-attività si ricorre ad un team esterno in grado di operare su una sotto-attività alla volta e l'impresa sosterrà per questo un costo aggiuntivo, per ciascuna sotto-attività, di 50 € alla settimana a partire dall'istante di inizio dell'attività L. Determinare la schedula di costo minimo. Sia  $w$  il tempo richiesto per eseguire la schedula ottenuta.

3) L'attività M è composta da 5 sotto-attività M1, M2, M3, M4, M5 non interrompibili con le seguenti relazioni di precedenza:  $M2 < M3$ ;  $M5 < M4$ . La generica sotto-attività  $M_j$  di durata  $p_{Mj}$  (in settimane) sarebbe opportuno che venisse completata entro la data di scadenza pari a  $d_{Mj}$  settimane dall'istante di inizio dell'attività M.

	M1	M2	M3	M4	M5
$p_{Mj}$	6	6	3	3	6
$d_{Mj}$	7	24	23	15	16

L'esecuzione delle sotto-attività è affidata ad un team esterno in grado di operare su una sotto-attività alla volta, che pagherà alla ditta committente una penalità di 100 € per ogni settimana di ritardo rispetto alla data di scadenza della sotto-attività che ha accusato maggior ritardo. Determinare la schedula di penalità minima per il team esterno. Sia  $y$  il tempo richiesto per eseguirla.

4) Supponendo di poter ridurre la durata di tutte le attività al più fino alla loro durata crash, si vuole determinare il tempo totale richiesto per la realizzazione dell'edificio che permette di massimizzare i profitti dell'impresa edile; riportare infine anche il profitto ottimo.

Ad un'impresa edile è stata commissionata la realizzazione di un edificio che ospiterà un nuovo mercato rionale per la quale l'impresa riceverà un compenso di 500000 € L'impresa deve terminare i lavori entro 75 settimane altrimenti dovrà pagare una penale di 2000 € per ogni settimana in più. La costruzione del mercatino costituisce un progetto composto da un insieme di 11 (principali) attività con precedenze, durate normali  $b_{ij}$  (in settimane), costi diretti  $c_{ij}$  (in Euro) delle attività alla loro durata normale, durate crash  $a_{ij}$  (in settimane), ulteriori costi  $h_{ij}$  (in Euro) per ogni settimana in meno rispetto alla durata normale riportati nella tabella. Occorre inoltre considerare un costo indiretto per la società pari a 200 € la settimana.

ID	prec	$b_{ij}$	$c_{ij}$	$a_{ij}$	$h_{ij}$
A	-	7	5000	6	210
B	-	9	4000	7	100
C	A	8	6000	5	120
D	C, H	8	600	5	50
E	C, F	$x$	700	$x-2$	150
F	A	9	2000	7	10
G	D, E, M	$y$	2500	$y-2$	70
H	A, B	7	2700	4	90
I	D, E, M	24	2000	21	250
L	G, I	$z$	800	$z-1$	200
M	C	6	800	4	10

Per i seguenti quesiti 1) 2) 3)

- Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema;
- Discutere la complessità del problema.
- Determinare una soluzione ottima se il problema è risolvibile polinomialmente, altrimenti una soluzione ammissibile di valore non superiore al 20% rispetto a quello ottimo se il problema è NP-hard. Descrivere l'algoritmo di risoluzione, commentandone la sua complessità (se polinomiale). Rappresentare graficamente la soluzione con il diagramma di Gantt, commentare il tipo di schedula (non-delay, attiva o semiattiva).

1) L'attività E è composta da 8 sotto-attività non interrompibili E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, con le seguenti precedenze:  $E1 < E2 < E3$ ;  $E4 < E5 < E6$ ;  $E7 < E8$ . Le durate delle sotto-attività in settimane e le risorse richieste sono:

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8
$P_{Dj}$	2	3	3	4	2	5	2	6
risorsa	ruspa	bet.	scav.	bet.	ruspa	scav.	scav.	ruspa

Le risorse disponibili sono: 1 betoniera, 1 scavatrice, 1 ruspa.

L'azienda sostiene un costo aggiuntivo proporzionale al numero di settimane necessarie per l'esecuzione dell'attività E. Si vuole determinare la schedula che consenta di minimizzare tale costo aggiuntivo. Sia  $x$  il tempo (in settimane) richiesto per eseguire la schedula ottenuta.

2) L'attività G è composta da 5 sotto-attività non interrompibili G1, G2, G3, G4, G5, con le seguenti durate  $p_{Gj}$  e date  $d_{Gj}$  preventivate di consegna (i tempi sono in settimane).

	G1	G2	G3	G4	G5
$p_{Gj}$	6	4	3	3	7
$d_{Gj}$	7	14	15	14	13

L'impresa delega l'esecuzione delle sotto-attività ad un team esterno che può operare su una sotto-attività alla volta. Il team esterno riceverà un compenso fisso a cui sottrarrà una penale di 50 € per ogni sotto-attività completata oltre la data preventivata di consegna. Determinare la schedula che massimizza il profitto del team esterno. Sia  $y$  il tempo richiesto per eseguire la schedula ottenuta.

3) L'attività L è composta da 5 sotto-attività L1, L2, L3, L4, L5 non interrompibili con le seguenti durate  $p_{Lj}$ , minimi istanti di ritardo  $r_{Lj}$  rispetto all'istante di inizio dell'attività L e date di consegna preventivate  $d_{Lj}$  (i tempi sono in settimane).

	L1	L2	L3	L4	L5
$p_{Lj}$	2	8	7	1	8
$r_{Lj}$	0	2	2	3	4
$d_{Lj}$	4	10	8	6	20

L'impresa delega l'esecuzione delle sotto-attività ad un team esterno che può operare su una sotto-attività alla volta. Il team esterno riceverà un compenso fissato a priori pari a 1000 € e pagherà una penale di 50 € per ogni settimana di ritardo rispetto alla data di consegna preventivata per l'attività che avrà accusato il massimo ritardo. Determinare la schedula che massimizza il profitto del team esterno e riportare il profitto ottimo. Sia  $z$  il tempo richiesto per eseguire la schedula ottenuta.

4) Supponendo di poter ridurre la durata di tutte le attività al più fino alla loro durata crash, si vuole determinare il tempo totale richiesto per la realizzazione dell'edificio che permette di massimizzare i profitti dell'impresa edile; riportare infine anche il profitto ottimo

Ad un'industria chimica è stata commissionata la realizzazione di un nuovo fertilizzante per la quale riceverà un compenso di 500000 €. Da contratto, l'industria deve terminare i lavori entro 75 giorni lavorativi altrimenti dovrà pagare una penale di 2000 € per ogni giorno in più. La realizzazione del fertilizzante costituisce un progetto composto da un insieme di 11 (principali) attività con precedenze, durate normali  $b_{ij}$  (in giorni), costi diretti  $c_{ij}$  (in Euro) delle attività alla loro durata normale, durate crash  $a_{ij}$  (in giorni), ulteriori costi  $h_{ij}$  (in Euro) per ogni giorno in meno rispetto alla durata normale riportati nella tabella. Occorre inoltre considerare un costo indiretto per l'industria pari a 200 € al giorno.

ID	Predecessor	$b_{ij}$	$c_{ij}$	$a_{ij}$	$h_{ij}$
A	G, K	$x$	700	$x-2$	150
B	A, D, J	$y$	2500	$y-2$	70
C	B, H	26	800	25	200
D	E, G	8	600	5	50
E	F, I	7	2700	4	90
F	-	7	5000	6	210
G	F	8	6000	5	120
H	A, D, J	24	2000	21	250
I	-	9	4000	7	100
J	G	6	800	4	10
K	F	9	2000	7	10

Per i seguenti quesiti 1) 2):

- Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema;
- Discutere la complessità del problema;
- Determinare una soluzione ottima se il problema è risolvibile polinomialmente, altrimenti una soluzione ammissibile di valore non superiore al 20% rispetto a quello ottimo se il problema è NP-hard. Descrivere l'algoritmo di risoluzione, commentandone la sua complessità (se polinomiale). Rappresentare graficamente la soluzione con il diagramma di Gantt, commentare il tipo di schedula (non-delay, attiva o semiattiva).

1) L'attività A è composta da 8 sotto-attività non interrompibili A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, con le seguenti precedenze:  $A1 < A2 < A3$ ;  $A4 < A5 < A6$ ;  $A7 < A8$ . Le durate  $p_{Aj}$  in giorni delle sotto-attività  $A_j$  e le risorse richieste da queste per tutta la loro durata sono:

sotto-att.	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
$p_{Aj}$	2	3	3	4	2	5	2	6
risorse rich.	$\beta$	$\alpha$	-	$\alpha$	$\beta$	-	-	$\beta$

Le risorse a disposizione sono  $\alpha$ ,  $\beta$ , ciascuna disponibile in un'unica unità.

L'industria sostiene un costo aggiuntivo proporzionale al numero di giorni necessari per l'esecuzione dell'attività A. Si vuole determinare la schedula che consenta di minimizzare tale costo aggiuntivo. Sia  $x$  il tempo (in giorni) richiesto per eseguire la schedula ottenuta.

2) L'attività B è composta da 5 sotto-attività non interrompibili B1, B2, B3, B4, B5, con le seguenti durate  $p_{Bj}$  e date di consegna preventivate  $d_{Bj}$  (i tempi sono in giorni).

sotto-att.	B1	B2	B3	B4	B5
$p_{Bj}$	6	4	2	4	7
$d_{Bj}$	10	12	14	4	22

L'industria delega l'esecuzione delle sotto-attività ad un team esterno che può operare su una sottoattività alla volta. Il team esterno riceverà per l'esecuzione di ogni sotto-attività un premio di 50 € per ogni giorno di anticipo e pagherà una penale di 50 € per ogni giorno di ritardo rispetto alla data di consegna preventivata. Il team ha due obiettivi: a) minimizzare il costo netto dato dalla differenza tra penalità e premi complessivi; b) minimizzare la lateness della sotto-attività che ha accusato la lateness massima. Determinare una delle soluzioni efficienti (Pareto-ottime) che dominano la soluzione di costo netto pari a 0 € e lateness massima 5 giorni. Sia  $y$  il tempo richiesto per eseguire la schedula individuata.

3) Determinare il profitto massimo derivante dalla realizzazione del progetto con le attività alle loro durate normali, descrivendo brevemente l'algoritmo impiegato e la sua complessità computazionale.

4) Determinare il(i) percorso(i) critico(i), indicando la modalità impiegata per la determinazione.

5) Supponendo di poter ridurre la durata di tutte le attività al più fino alla loro durata crash, si vuole determinare il tempo totale richiesto per la realizzazione del progetto che permette di massimizzare i profitti dell'industria. Riportare anche il profitto ottimo.