

## Esercizio

In una officina specializzata nella rettifica di motori aerei si devono eseguire le procedure di manutenzione periodica di alcune motori. Il processo di manutenzione di un motore coinvolge l'esecuzione di alcune fasi principali: *smontaggio*, *rettifica* e *riassembaggio*.

Per l'esecuzione delle varie fasi vengono impiegate tre squadre dedicate di operai specializzati che rispettivamente eseguono lo smontaggio, la rettifica e il riassembaggio.

Si supponga che occorre effettuare la manutenzione di 5 differenti motori, denominati con le sigle A, B, C, D, E, e che i tempi (in ore) associati per le varie fasi per ciascun motore siano i seguenti:

motore	smontaggio	test	riassembaggio
A	3	5	2
B	4	7	1
C	2	3	3
D	5	1	4
E	4	2	5

Si vuole sapere come devono essere schedate le varie fasi del processo di manutenzione dei motori, in modo da minimizzare il tempo richiesto per portare a termine tutto il processo.

1) Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema.

2) Discutere la complessità del problema:

a) se NP-hard specificare quale problema NP-completo, dandone anche la definizione, si può trasformare al problema dato per dimostrarne l'NP-hardness.

b) se polinomiale determinare una soluzione ottima, descrivendo l'algoritmo impiegato e la sua complessità computazionale; rappresentare graficamente la schedula ottima e riportarne il valore della funzione obiettivo.

3) Ripetere i punti 1) e 2) dell'esercizio supponendo che i motori arrivino in officina già smontati.

[RIS. II caso] 19 ore

## Esercizio

Ad una società di servizi viene commissionata la sistemazione di 5 giardini comunali. Per ciascun giardino occorre effettuare lavori di sistemazione delle zone calpestabili (viali) e non calpestabili (aiuole).

Si supponga che i tempi stimati (in giorni) per i lavori siano i seguenti:

giardino	sistemazione viali (gg.)	sistemazione aiuole (gg.)
A	3	2
B	4	4
C	2	4
D	1	3
E	5	1

Per la sistemazione di ciascun giardino, unico vincolo è che i lavori non possono essere effettuati contemporaneamente.

La società affida i lavori a due imprese che effettuano rispettivamente la sistemazione dei viali e delle aiuole. Si vuole sapere come devono essere schedati i lavori di sistemazione dei giardini, in modo da sistemare i giardini nel minor tempo possibile.

1) Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema.

2) Si determini una soluzione ottima, descrivendo la procedura impiegata; rappresentare graficamente la schedula ottima e riportarne il valore della funzione obiettivo.

[RIS.] 15 giorni

## Esercizio

Un emittente televisiva che trasmette via cavo programmi *on-demand* deve trasmettere 4 programmi richiesti da 4 differenti clienti in differenti istanti. Si suppone che l'emittente è a conoscenza dell'istante in cui i programmi sono richiesti e la loro durata (in minuti), come riportato in tabella:

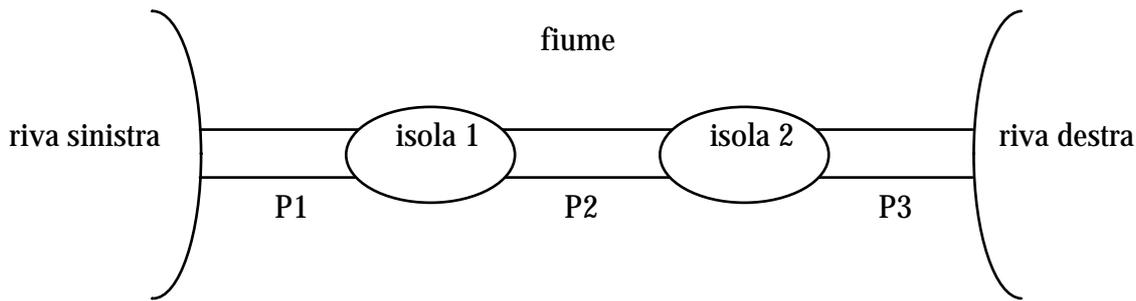
programma	A	B	C	D
istante in cui viene fatta la richiesta (min.)	0	30	60	75
durata (min.)	105	15	15	90

Si vuole sapere in che ordine devono essere trasmessi i programmi televisivi, volendo minimizzare il tempo medio che intercorre dalla richiesta alla completa trasmissione di un programma e supponendo che non sia possibile interrompere le trasmissioni.

- 1) Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema.
- 2) Discutere la complessità del problema:
  - a) se NP-hard, si determini una soluzione ottima con il Branch & Bound utilizzando come lower bound la versione rilassata del problema in cui si possono interrompere le trasmissioni.
  - b) se trattabile, si determini una soluzione descrivendo l'algoritmo impiegato e la sua complessità computazionale.
- 3) Rappresentare graficamente la schedula ottima.

## Esercizio

Si consideri il seguente scenario in cui una serie di ponti P1, P2, e P3 collegano le due opposte rive di un fiume con due isolotti.



A causa di una forte inondazione i ponti sono andati distrutti e sono stati sostituiti temporaneamente con ponti di legno su cui però può circolare un solo veicolo alla volta. La velocità massima consentita sui ponti di legno varia da veicolo a veicolo.

Si supponga che 5 veicoli A, B, C, D, E, devono procedere da una riva all'altra del fiume e che i tempi associati per gli attraversamenti dei ponti siano i seguenti:

veicolo	P1	P2	P3
A	3	5	2
B	4	7	1
C	2	3	3
D	5	1	4
E	4	2	5

Supponendo che i veicoli A, C ed E transitano dalla riva sinistra verso la riva destra e che gli altri veicoli transitano nel verso opposto, si vuole sapere come devono essere schedate gli attraversamenti, in modo da minimizzare il tempo richiesto per far attraversare tutti i veicoli.

- 1) Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema.
- 2) Discutere la complessità del problema:
  - a) se NP-hard, specificare il perchè.
  - b) se polinomiale determinare una soluzione ottima, descrivendo l'algoritmo impiegato e la sua complessità computazionale; rappresentare graficamente la schedula ottima e riportarne il valore della funzione obiettivo.
- 3) Ripetere i punti 1) e 2) dell'esercizio supponendo che il ponte P2 venga modificato in maniera tale da collegare direttamente l'isola 1 con la riva destra, facendo sì che non sia più necessario passare per l'isola 2. (si suppongono invariati i tempi di attraversamento di P2)

[RIS. II caso] 18 unità di tempo

## Esercizio

La MacConsulting ha vinto una gara d'appalto per l'esecuzione di 6 progetti A, B, C, D, E, F per un compenso complessivo di 200.000 \$.

La seguente tabella riporta i dati principali dei progetti (in mesi).

progetto	A	B	C	D	E	F
durata	5	3	1	2	4	3
data di consegna	5	2	3	3	8	9

Per l'esecuzione dei progetti si impiegano due gruppi di lavoro, che possono lavorare su un progetto alla volta; inoltre si suppone che un progetto una volta iniziato debba essere portato a termine senza interruzione.

Ci si chiede quali devono essere le date di inizio dei progetti che massimizzano il profitto per la MacConsulting per ognuno dei seguenti 4 scenari.

Per ogni scenario considerato:

- Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema dato;
- Discutere la complessità computazionale del problema. Se NP-hard, dare la definizione del problema NP-completo usato nella prova di NP-hardness.
- Risolvere all'ottimo il problema nel caso in cui il problema sia polinomialmente risolvibile. Altrimenti, fornire una soluzione euristica valutandone l'errore relativo  $(UB-LB)/LB$ , o fornendo il rapporto di approssimazione garantita. Descrivere l'algoritmo di risoluzione impiegato, riportandone la complessità, rappresentare graficamente la soluzione, commentare il tipo di schedula (non-delay, attiva o semiattiva), riportare il valore del profitto.

### Scenario 1)

Per ogni progetto La MacConsulting riceverà un premio di 500 \$ per ogni mese di anticipo e pagherà una penale di 500 \$ per ogni mese di ritardo rispetto alla data di consegna preventivata.

### Scenario 2)

Non sono state fissate date di consegna. La MacConsulting pagherà per le spese di gestione 500 \$ al mese per il periodo necessario a completare tutti i progetti.

### Scenario 3)

Non sono state fissate date di consegna. Alcuni vincoli operativi impongono di rispettare le seguenti precedenze nell'esecuzione dei progetti:  $A < C$ ;  $B < C$ ;  $C < D$ ;  $C < F$ ;  $E < F$ . La MacConsulting pagherà per le spese di gestione 500 \$ al mese per il periodo necessario a completare tutti i progetti.

### Scenario 4)

Non sono state fissate date di consegna. Tutti i progetti hanno *uguale* durata pari a 3 mesi, tuttavia richiedono l'utilizzo di risorse aggiuntive in base alle quali è possibile stabilire le seguenti relazioni di compatibilità (A-B; B-C; B-D; C-D; D-E; E-F), che definiscono quali progetti possono essere eseguiti simultaneamente. La MacConsulting pagherà per le spese di gestione 500 \$ al mese per il periodo necessario a completare tutti i progetti.

## Esercizio

La Johnson Consulting ha vinto una gara d'appalto per l'esecuzione di 4 progetti A, B, C, D per un compenso complessivo di 200.000 \$.

La seguente tabella riporta i dati principali dei progetti (in mesi).

progetto	A	B	C	D
durata	14	3	2	12
data di termine preventivata	15	20	19	32
data di rilascio specifiche di progetto	0	4	8	10

Si suppone che ciascun progetto possa iniziare solo se sono note le sue specifiche e che una volta iniziato debba essere portato a termine senza interruzione.

Ci si chiede quali devono essere le date di inizio dei progetti che massimizzano il profitto per la Johnson Consulting per ognuno dei seguenti 4 scenari.

Per ogni scenario considerato:

- Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema dato;
- Risolvere all'ottimo il problema; descrivere l'algoritmo ottimo di risoluzione, fornire la sua complessità nel caso in cui è polinomiale, rappresentare graficamente la soluzione ottima, commentare il tipo di schedula (non-delay, attiva o semiattiva), riportare il valore del profitto.

### *Scenario 1)*

Si suppone che le date di rilascio delle specifiche di progetto siano uguali (pari a 0) per ogni progetto. La Johnson Consulting pagherà una penale di 500 \$ per ogni mese di ritardo, rispetto alla data di termine preventivata, per il progetto teminato con massimo ritardo.

[RIS.] 200.000 \$

### *Scenario 2)*

Si suppone che le date di rilascio delle specifiche di progetto siano uguali (pari a 0) per ogni progetto. La Johnson Consulting, per ogni progetto, riceverà un premio di 500 \$ per ogni mese di anticipo e pagherà una penale di 500 \$ per ogni mese di ritardo rispetto alla data di termine preventivata.

[RIS.] 215.500 \$

### *Scenario 3)*

Si suppone che le date di rilascio delle specifiche di progetto siano uguali (pari a 0) per ogni progetto. La Johnson Consulting è tenuta a terminare tutti i progetti entro la data preventivata e dovrà sostenere un costo aggiuntivo, per ogni progetto, di 100 \$ al mese per le spese amministrative a partire dalla data di rilascio delle specifiche.

[RIS.] 192.000 \$

### *Scenario 4)*

Si suppone che le date di rilascio delle specifiche di progetto siano differenti (come da tabella), mentre per ogni progetto non è stata concordata le data di termine preventivata. Tuttavia la Johnson Consulting dovrà sostenere un costo aggiuntivo, per ogni progetto, di 100 \$ al mese per le spese amministrative a partire dalla data di rilascio delle specifiche.

[RIS.] 194.700 \$

## Esercizio

Uno stabilimento meccanico deve fabbricare 6 tipi di macchine utensili richieste da rispettivi 6 clienti. Il processo di fabbricazione comprende tre fasi principali: costruzione parti, assemblaggio parti e test del prodotto finito, che richiedono i seguenti tempi.

macch.utensile	costruzione	assemblaggio	test
A	2	4	3
B	4	2	2
C	1	3	8
D	5	6	2
E	3	3	5
F	2	1	1

Si suppone che una stessa fase di lavorazione non può essere effettuata per più macchine utensili contemporaneamente e che le fasi di lavorazione non si possono interrompere.

### Problema 1

Si vuole sapere come devono essere schedate le varie fasi di fabbricazione, in modo da terminare tutta la produzione delle macchine nel minor tempo possibile.

1a) Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema.

1b) Si discuta la complessità del problema:

i) se il problema è NP-hard si definisca il problema decisionale NP-completo utilizzato per la prova di NP-hardness.

ii) se il problema è trattabile si determini una soluzione ottima, descrivendo dettagliatamente la procedura impiegata; rappresentare graficamente la soluzione ottima e riportarne il valore della funzione obiettivo.

[RIS.] NP\_hard

### Problema 2

Si supponga che la terza fase non venga effettuata (perchè espletata da un'altra ditta specializzata nel controllo di qualità), e che quindi non rientri nel processo produttivo. Anche in tal caso, si vuole sapere come devono essere schedate le fasi di fabbricazione, in modo da terminare tutta la produzione delle macchine nel minor tempo possibile.

2a) Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema.

2b) Si discuta la complessità del problema:

i) se il problema è NP-hard si fornisca una soluzione approssimata con gap relativo percentuale ( $([UB - LB]/LB)$  %) non superiore al 10%; descrivere dettagliatamente le procedure impiegate; rappresentare graficamente la soluzione approssimata e riportarne il valore della funzione obiettivo.

ii) se il problema è trattabile si determini una soluzione ottima, descrivendo dettagliatamente la procedura impiegata; rappresentare graficamente la soluzione ottima e riportarne il valore della funzione obiettivo.

[RIS.] 20 unità di tempo

### Problema 3

Sulla base della soluzione al Problema 2 si supponga che le macchine utensili una volta assemblate debbano poi essere testate dalla ditta specializzata nel controllo di qualità e che queste si rendano disponibili per il test non appena è concluso il loro assemblaggio.

Mantenendo le ipotesi iniziali per quel che riguarda i vincoli sulle fasi di lavorazione, si vuole in questo caso sapere come devono essere schedate le operazioni di test, in modo tale che il tempo medio di consegna delle macchine utensili ai clienti sia minimizzato.

3a) Descrivere dettagliatamente a quale problema di scheduling corrisponde il problema.

3b) Si discuta la complessità del problema:

i) se il problema è NP-hard si fornisca una soluzione approssimata con gap relativo percentuale ( $([UB - LB]/LB)$  %) non superiore al 3%; descrivere dettagliatamente le procedure impiegate; rappresentare graficamente la soluzione approssimata e riportarne il valore della funzione obiettivo.

ii) se il problema è trattabile si determini una soluzione ottima, descrivendo dettagliatamente la procedura impiegata; rappresentare graficamente la soluzione ottima e riportarne il valore della funzione obiettivo.

3c) Spiegare qual è il tipo di schedula (senza ritardo, attiva o semiattiva) della soluzione.