ESAME di OTTIMIZZAZIONE

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Gestionale – **1º anno**

Cognome : **Nome** :

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema:

$$\min_{x\in\Re^2} \left(6x_1^2 + 6x_2^2 + 4x_1x_2\right)^2$$

(i) Dire se è possibile concludere apriori esistenza e/o unicità della soluzione.

(ii) Individuare i punti critici della funzione e la loro natura.

(iii) Nel punto (1 1) calcolare la direzione dell'antigradiente e quella di Newton (se possibile).

Esercizio 2. Si consideri il problema:

$$\min_{x\in S} \quad \frac{1}{2}(3x_1^2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2) + 6x_1 - 6x_2$$

(i) Assumendo $S = \Re^2$ dire se è possibile concludere apriori esistenza e/o unicità della soluzione ed eventualmente determinarle.

(ii) Si assuma $S = \{x \in \Re^2 : 2x_1 - 3x_2 \le 6, -2x_1 - 3x_2 \le 6, x_2 \le 6\}$. In questo caso:

(a) E'possibile concludere apriori l'esistenza della soluzione?

(b) Scrivere le condizioni di KKT. Verificare se il punto $(-6\ 6)$ soddisfa le condizioni di KKT. Quali conclusioni si possono trarre sul punto?

(c) Effettuare un'iterazione del metodo di Frank Wolfe partendo dal punto (0 0), con parametri di Armijo pari a $\Delta = 1$, $\gamma = \delta = \frac{1}{4}$.

Esercizio 3. Sia data la seguente disequazione variazionale:

$$F(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} 5x_1 + 3x_2 - 9 \\ x_1 + x_2 - x_3 - 4 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 1 \end{pmatrix}, \quad K = \{x \in \Re^3 \,:\, -1 \le x_1 \le 1, 0 \le x_2 \le 3, x_3 \ge 0\}$$

Rispondere alle seguenti domande:

(i) Dire se è possibile concludere apriori esistenza e/o unicità della soluzione.

(ii) Scrivere le condizioni di KKT per questa VI.

(iii) Dire se questa VI è equivalente a un problema di ottimizzazione ed eventualmente determinare un problema equivalente.

(iv) Verificare (in uno qualunque dei modi possibili) se il punto (0 3 0) è soluzione della VI.

(v) Scrivere la riformulazione di questa VI come sistema di equazioni utilizzando la funzione di Fischer Burmeister.

(vi) Scrivere la riformulazione di questa VI come problema di punto fisso esplicitando la proiezione.

Esercizio 4. Sia dato il seguente problema di programmazione quadratica:

$$\begin{array}{ll} \min & \frac{1}{2}\left(4x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2\right) + x_1 - 2x_2 \\ & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & -3x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1 - 3x_2 \leq 6 \end{array} \tag{1}$$

(i) Scrivere il duale di Wolfe di questo problema.

(ii) Sapendo che la soluzione del problema duale è il punto $(\,1/2 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0\,)$ verificare se il punto $(\,-1 \quad 3\,)$ è soluzione del problema (1) individuando eventualmente i rispettivi moltiplicatori.

Esercizio 5 Sia dato il seguente problema:

$$\begin{array}{ll} \min & f(\alpha) \\ & -\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4 = 0 \\ & 0 \leq \alpha_i \leq 3 \quad i = 1, \dots, 4 \end{array} \tag{2}$$

Supponiamo che nel punto $\bar{\alpha} = (1\ 2\ 3\ 0)$, il gradiente della funzione valga:

$$\nabla f(\bar{\alpha}) = \begin{pmatrix} \beta \\ 2 \\ -3 \\ \gamma \end{pmatrix}$$

(i) Per quali valori di β e γ il punto $\bar{\alpha}$ è ottimo?

(ii) Per quali valori di β e γ il working set di SVM_{light} è $\{1, 4\}$?